Математическое моделирование процесса высоковольтного разряда в воде с учетом цены ионизации молекул

В. М. Косенков

Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины,
г. Николаев, 54018, Украина, e-mail: v.m.kosenkov@gmail.com

Поступила в редакцию 07.10.2025
После доработки 09.12.2025
Принята к публикации 11.12.2025

Исследовано влияние цены ионизации молекул на результаты математического моделирования электрического разряда в воде. Предложена функция, аппроксимирующая зависимость цены ионизации молекул от температуры плазмы, и определены ее параметры. Обоснована адекватность уточненной математической модели физическим процессам в канале разряда и замкнутой разрядной камере в широком диапазоне изменения параметров системы на основе сравнения с данными экспериментов. Полученные соотношения позволили существенно повысить адекватность разработанной ранее математической модели физическим процессам, происходящим во время разряда в воде, и расширить диапазон параметров, в котором ее можно использовать.

Ключевые слова: математическое моделирование, электрический разряд в воде, цена ионизации молекул, удельная электропроводность плазмы, сопротивление канала разряда

УДК 537.528:519.6:621.314
https://doi.org/10.52577/eom.2025.61.6.18

ВВЕДЕНИЕ

Электрический разряд в воде находит широкое применение в различных областях науки и техники [1]. Однако многие его характеристики по-прежнему остаются недостаточно исследованными. Это связано с проблемами их определения, обусловленными кратковременностью происходящих явлений, высоким давлением и температурой, а также мощным электромагнитным импульсом, создающим большие помехи в измерительных приборах. Математическое моделирование электрического разряда в воде позволяет исследовать процессы, происходящие в канале разряда и окружающей его жидкости, и восполнить пробелы экспериментальных исследований, но требует использования ряда замыкающих физических соотношений. Из них наиболее проблематично определение удельной электропроводности плазмы, заполняющей канал разряда. Электрическое сопротивление канала можно определить по осциллограммам напряжения и силы тока, однако для вычисления удельной электропроводности плазмы необходимо измерить изменение объема и площади поперечного сечения канала в процессе его расширения, что, как правило, составляет большую проблему.

Существует несколько методов вычисления удельной электропроводности плазмы и электрического сопротивления канала разряда в воде [2–10]. В некоторых исследованиях активное сопротивление канала разряда вычисляют как сопротивление проводника с током, используя эмпирические функции силы тока от времени [2]. В этом случае нет необходимости вычислять электропроводность плазмы и площадь поперечного сечения канала разряда, но такой подход к моделированию ограничен диапазоном экспериментальных данных, на основе которых эмпирические функции определены. В других исследованиях полагают, что средняя по сечению канала электропроводность плазмы пропорциональна плотности ее внутренней энергии [3–5]. Связь между ними определяют с помощью эмпирической функции, называемой искровой характеристикой, определение которой также проблематично, поэтому используют ее среднее значение, называемое искровой постоянной. В этом случае увеличивается универсальность полученных соотношений, однако достоверность вычисления удельной электропроводности и сопротивления канала разряда ограничивается четвертью периода колебаний тока в цепи. В работах [6, 7] использовали вольт-амперные характеристики разряда, полученные экспериментально для приближенного определения удельной электропроводности плазмы и сопротивления канала разряда. В [8] определены зависимости удельной электропроводности плазмы

от температуры и плотности (концентрации частиц) с учетом неидеальности плазмы в табличной форме, что затрудняет их использование для математического моделирования электрического разряда в воде. В работе [9] учитывается радиальная неоднородность плазмы в канале разряда при использовании аппроксимации широкодиапазонного уравнения состояния воды [11–13] и зависимости удельной электропроводности плазмы от ее плотности и температуры [8]. Однако в [9] не учитываются изменения площади поперечного сечения канала разряда вдоль его оси и свойств плазмы в этом направлении, что ограничивает применение этого метода для решения многих научных и практических задач. В работе [10] предложен способ определения длины канала разряда, когда он осуществляется без инициирования прямыми микропроводниками, что характерно для многих разрядно-импульсных приложений. В работе [14] выполнен сравнительный анализ трех методов определения удельной электропроводности плазмы в процессе математического моделирования электрического разряда в воде и отмечен один из них, достоверность которого подтверждена при решении ряда задач [15, 16], однако в нем предполагалось, что цена ионизации молекул воды равна энергии их ионизации. Такое предположение уменьшает достоверность определения сопротивления канала разряда и напряжения между электродами вблизи моментов времени, когда сила тока в процессе его колебаний в разрядной цепи изменяет знак на противоположный.

В работах [17, 18] определено, что затраты энергии на ионизацию молекулы воды (W – цена ионизации молекулы воды) существенно больше, чем энергия ее ионизации (ε_w). Под ценой ионизации электронным ударом (W) обычно понимают некоторое среднее значение энергии, затрачиваемой электроном на образование ион-электронной пары в веществе. Величина W не может быть меньше ε_w. При малых температурах, когда ионизация водяного пара только начинается, W существенно больше, чем ε_w, а с увеличением температуры W приближается к ε_w. Отмечено, что на W может влиять степень ионизации плазмы d_i, а также концентрация частиц n_0. Увеличение n_0 уменьшает отличие W от ε_w. К сожалению, непосредственное использование результатов работ [17, 18] невозможно, так как они получены при n_0, как минимум на 6 порядков меньше, чем при электрических разрядах в воде. Поэтому в данной работе для определения W можно использовать общие закономерности изменения W от температуры плазмы, отмеченные в [17, 18].

Анализ предыдущих исследований свидетельствуют об актуальности математического моделирования электрического разряда в воде для совершенствования разрядно-импульсных технологий. Поэтому целью данной работы является получение зависимости цены ионизации молекул воды от температуры для уточнения математической модели электрического разряда в воде [14].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основной задачей данной работы было уточнение уравнений математической модели [14], с помощью которых определяют электрическое сопротивление канала разряда. Для этого использовали математическую модель электрического разряда в воде [14], в которой учтены процессы в разрядном контуре, канале разряда и окружающей его жидкости, заполняющей замкнутую разрядную камеру цилиндрической формы (рис. 1), а также результаты экспериментального исследования электрического разряда в этой камере как опубликованные в работе [19], так и не приведенные в ней, в том числе данные из [16, 20]. Цену ионизации молекул определяли на основе согласования результатов математического моделирования с экспериментальными данными.

В процессе экспериментального исследования [19] использовали оборудование, схема которого представлена на рис. 1. Разряд осуществляли между двумя электродами *1* и *2*, установленными на расстоянии l друг от друга. Между электродами *1* и *2* в результате пробоя слоя воды формировался канал разряда *3*. Электродную систему *1* и *2* устанавливали в разрядной камере *4*, состоящей из двух толстостенных цилиндров общей высотой (H) 324 мм и внутренним диаметром (D) 120 мм, между которыми размещали низковольтный электрод *2*. Пластина электрода *2* толщиной 4 мм располагалась в диаметральной плоскости разрядной камеры *4*, и поэтому практически не нарушала осевую симметрию происходящих в ней гидродинамических процессов. Сверху разрядную камеру *4* закрывали пластиной стеклотекстолита *5*, которая также служила электрической изоляцией высоковольтного электрода *1*, выступающего за ее пределы на l_e 70 мм. Электрод *1* дополнительно изолирован вакуумной трубкой *6*. Снизу разрядная камера *4* ограничена стальной поверхностью рабочего стола *7*. Полость разрядной камеры *4* заполняли водой.

Электроды *1* и *2* подключали к разрядной цепи, схема замещения которой показана на рис. 1, характеризуемой параметрами: емкостью конденсаторной батареи (C), индуктивностью (L)

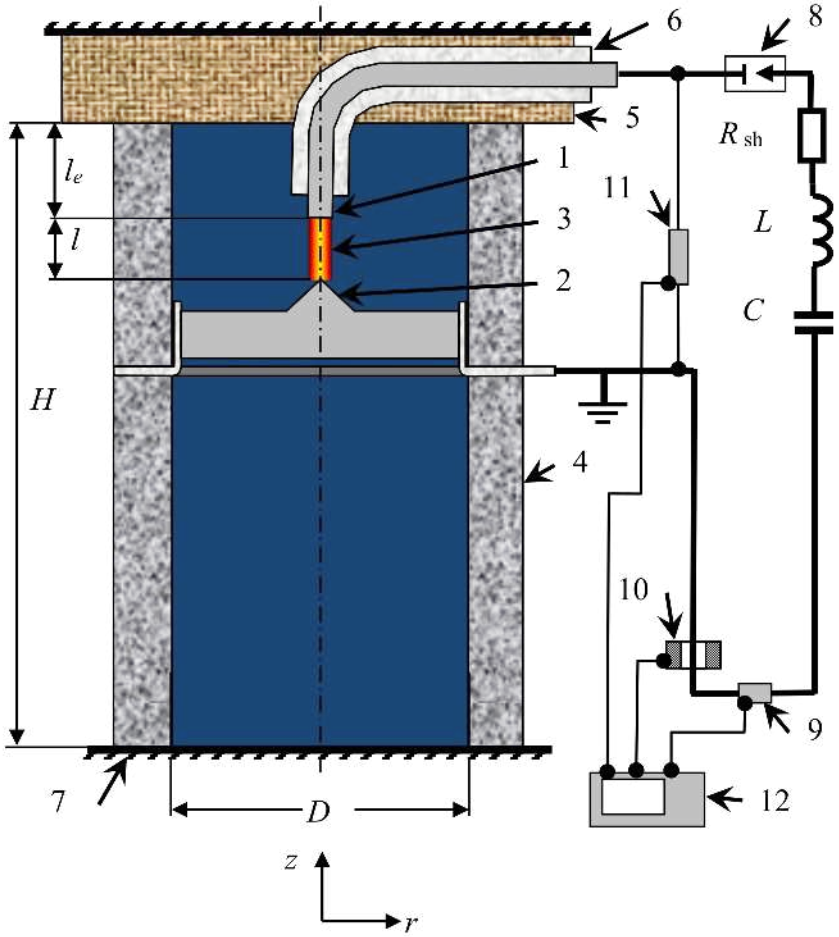


Рис. 1. Схема моделируемой системы: *1* – высоковольтный электрод; *2* – низковольтный электрод; *3* – канал разряда; *4* – корпус разрядной камеры, заполненный водой; *5* – пластина высоковольтного электрода; *6* – вакуумная трубка; *7* – поверхность рабочего стола; *8* – воздушный разрядник; *9* – шунт; *10* – пояс Роговского; *11* – делитель напряжения; *12* – осциллограф; *C* – емкость конденсаторной батареи; *L* – индуктивность разрядного контура; R_{sh} – сопротивление элементов разрядного контура (без канала разряда).

и электрическим сопротивлением элементов разрядного контура (R_{sh}) без канала разряда. Для коммутирования разрядной цепи использовали воздушный разрядник *8*, в результате замыкания которого между электродами *1* и *2* возникала разность потенциалов (U_0), приводящая к формированию между ними канала разряда *3*. Канал разряда *3* в процессе расширения генерировал волны давления, распространяющиеся в воде, заполняющей разрядную камеру *4*.

Анализ процессов выполняли на основе измерения силы тока (i) в канале разряда и напряжения (U) между электродами *1* и *2*. Силу тока определяли двумя способами – по падению напряжения на омическом шунте *9* и с помощью пояса Роговского *10*. Напряжение на канале разряда измеряли с помощью резистивного делителя напряжения 11. Для записи изменяющихся во времени сигналов использовали цифровой осциллограф *12* марки Tektronix TDS-2024B. Компенсацию индуктивной составляющей напряжения на канале разряда выполняли по методу, описанному в работе [10].

По результатам измерения силы тока и напряжения на канале разряда определяли сопротивление канала разряда (R_{ch}), а также энергетические характеристики разряда: мощность (N) и энергию, выделившуюся в канале разряда (E_{ch}).

Изменение L разрядной цепи выполняли, включая в нее последовательно дополнительные катушки с индуктивностью 19,6 и 36 мкГн. Активное сопротивление первой из них составляло 0,02 Ом, а второй – 0,014 Ом. Чтобы исключить влияние активного сопротивления катушек на процесс разряда с разной L, выполнили серию экспериментов, подключив последовательно в разрядную цепь активные сопротивления, равные сопротивлению катушек. При этом начальная индуктивность разрядной цепи увеличилась до 10,2 и 10 мкГн. В результате таких переключений элементов цепи получали пять соотношений параметров R_{sh} и L: 0,084 Ом и 10 мкГн; 0,09 Ом и 10,2 мкГн; 0,09 Ом и 29,8 мкГн; 0,084 Ом и 46 мкГн; 0,104 Ом и 65,6 мкГн. Эксперименты с этими соотношениями параметров R_{sh} и L выполняли при одной из двух фиксированных величин l: 20 и 30 мм. При каждом соотношении параметров цепи R_{sh}, L и l производили от 3 до 5 разрядов, позволивших статистически

обработать данные и определить погрешность измерений.

Для согласования результатов математического моделирования электрического разряда в воде с экспериментальными данными расчетную схему выбирали соответствующей схеме эксперимента (рис. 1).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для исследования использовали математическую модель электрического разряда в воде [14], в которой учтены процессы в разрядном контуре, канале разряда и окружающей его жидкости, заполняющей замкнутую разрядную камеру цилиндрической формы (рис. 1). Математическая модель опубликована в статье [14], но чтобы не прерывать логику изложения предлагаемых в ней изменений, приведем ее основные уравнения в данной работе.

Как и в [14], в основе вычисления активного сопротивления канала разряда использовали формулу для сопротивления линейного проводника:

$$R_{ch} = \frac{l_{ch}}{\sigma_{ch} \times S_{ch}}, \quad (1)$$

$$l_{ch} = A_{ch} \times l, \quad (2)$$

где σ_{ch} – удельная электропроводность плазмы в канале разряда, См/м; S_{ch} – площадь поперечного сечения канала разряда, м^2; l_{ch} – длина канала разряда, м; l – расстояние между электродами, м; A_{ch} – коэффициент, учитывающий отличие длины канала разряда от расстояния между электродами. Если разряд инициировать прямолинейным микропроводником, тогда $A_{ch} = 1$.

Форма канала в начале разряда, инициируемого высоковольтным пробоем слоя воды между электродами, определяется формой лидера, замыкающего электроды, которая существенно отличается от прямолинейной, и его диаметр намного меньше, чем длина. Среднестатистическая длина лидера больше, чем l, в 2 раза [3], тогда $A_{ch} = 2$ при условии, что l существенно меньше, чем расстояние от электродов до стенок разрядной камеры. Однако величина A_{ch} изменяется в процессе расширения канала. Это можно объяснить следующими причинами. В процессе расширения канала его диаметр увеличивается, и поток электронов получает возможность перемещения по более короткому пути между электродами (рис. 2), который приближается к минимальному расстоянию между ними, равному l. То есть в процессе разряда A_{ch} может изменяться от 2 до 1. Ее изменение приближенно определяли по формуле:

$$A_{ch} = \begin{cases} 2(1 - 0,75 \times R_c^* / l), & \text{если } 0,75 \times R_c^* / l < 1/2; \\ 1, & \text{если } 0,75 \times R_c^* / l \geq 1/2, \end{cases} \quad (3)$$

где $R_c^* = \sqrt{V_c / (\pi \times l)}$ – эквивалентный по объему радиус канала разряда, м; V_c – объем канала разряда, м^3.

Учитывая зависимость (3), будем считать, что в начале активной стадии разряда канал имеет форму прямого кругового цилиндра длиной l и радиусом R_0, который, по данным экспериментов, изменяется в пределах от 0,1 до 0,5 мм [3, 7, 21]. Выбор приближенной величины R_0 в указанных пределах практически не влияет на результат моделирования электрического разряда в воде через четверть периода колебаний тока от начала разряда, так как параметры плазмы в канале разряда согласуются со скоростью расширения канала и решение данной задачи обладает свойствами автомодельности [7, 22, 23]. Более корректное определение начальных условий электрического разряда в воде может быть выполнено по методу [23]. Это позволяет обеспечить адекватность результатов моделирования разряда реальным физическим процессам на его начальной стадии.

Допущение о постоянстве S_{ch} вдоль канала справедливо только в начале активной стадии разряда или когда он происходит в результате инициирования разряда микропроводником между электродами с плоскими торцами большого диаметра. В остальных случаях это предположение неоправданно, так как канал разряда неравномерно расширяется по длине, что приводит к существенному изменению его формы и, соответственно, S_{ch} [5]. В этом случае сопротивление канала можно определить как сумму сопротивлений последовательно соединенных проводников бесконечно малой длины (dz) и (1) преобразуется к виду:

$$R_{ch} = \int_0^l \frac{dz}{\sigma_{ch}(z) \times S_{ch}(z)}, \quad (4)$$

а σ_{ch} и S_{ch} будут функциями, зависящими от координаты вдоль оси канала (z) в каждый момент времени (t).

Выравнивание характеристик плазмы в объеме канала происходит намного быстрее, чем в окружающей жидкости [24], поэтому использовали гипотезу об однородном их распределении [7]. Тогда можно считать, что σ_{ch} одинакова во всем объеме канала и изменяется только во времени. С учетом этого допущения формула (4) принимает вид:

$$R_{ch} = \frac{1}{\sigma_{ch}} \int_0^l \frac{dz}{S_{ch}(z)}. \quad (5)$$

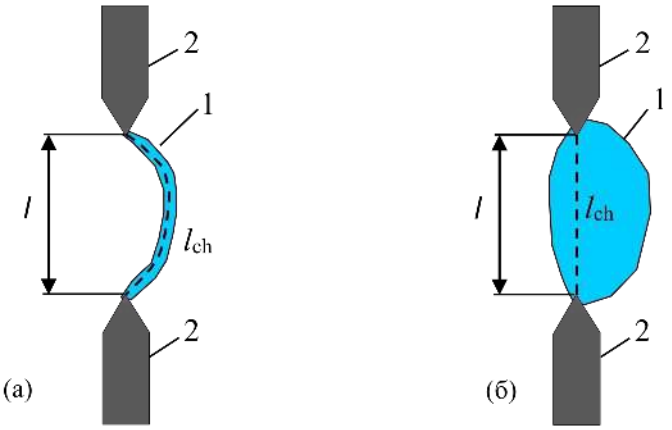


Рис. 2. Форма канала в начале (а) и на развитой стадии разряда воде (б): *1* – форма профиля канала в плоскости оси электродов; *2* – электроды; *l* – расстояние между электродами; l_{ch} – длина кратчайшего пути движения электронов в канале (штриховая линия).

Удельную электропроводность плотной неидеальной плазмы в работе [14] определяли по формуле, полученной на основе приближенного решения кинетического уравнения Больцмана [25], дополненного нами эмпирическим коэффициентом f_σ, определяемым из условия согласования расчетных и экспериментальных данных [14]:

$$\sigma_{ch} = f_\sigma \times \frac{\pi^{1/2} \times e^2 \times n_e}{(8 \times m_e \times k \times T)^{1/2}} \times \frac{\alpha(\gamma)}{n_e \times Q_i + (n_0 - n_e) \times (Q_{eO} + 2 \times Q_{eH})/3}, \quad (6)$$

где f_σ = 0,02 – эмпирический коэффициент; T – температура плазмы, К; n_e – концентрация электронов, 1/м^3, n_0 – концентрация атомов и ионов (тяжелых частиц) в канале разряда, 1/м^3; k = 1,38064852×10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана; e = 1,60217662×10^{-19} Кл – заряд электрона; m_e = 9,10938356×10^{-31} кг – масса электрона; Q_{eO} – эффективное сечение рассеяния электрона на атоме кислорода, м^2; Q_{eH} – эффективное сечение рассеяния электрона на атоме водорода, м^2; Q_i – эффективное сечение рассеяния электрона на однозарядных ионах, м^2;

$$\alpha(\lambda) = \begin{cases} 1{,}13 + 0{,}05 \times \lambda \times \exp(-0{,}02 \times \lambda), & \text{если } \lambda \in [0;30) \\ 1{,}95, & \text{если } \lambda \geq 30 \end{cases}, \quad (7)$$

$$\lambda = n_e \times Q_i / [(n_0 - n_e) \times (Q_{eO} + 2 \times Q_{eH})/3]. \quad (8)$$

Величина Q_i может быть определена по формуле в [25]:

$$Q_i = \frac{2{,}02 \times 10^{-9}}{T^2} \lg\left(\frac{42500 \times T}{n_e^{1/3}}\right), \quad (9)$$

а Q_{eO} и Q_{eH} – по формуле в [26]:

$$Q_{eZ} = \pi \times a^2 \left(\frac{1}{4 \times \pi \times \varepsilon_0}\right)^2 \times \frac{Z^2 \times e^4}{(2 \times u \times [redacted] \times a)^2}, \quad (10)$$

где $a = a_0$ – радиус атома водорода (для вычисления Q_{eH}), м; a_0 = 0,528×10^{-10} м – боровский радиус; a = 0,48×10^{-10} м – радиус атома кислорода (для вычисления Q_{eO}); Z – атомный номер элемента; ε_0 = 8,85418782×10^{-12} Ф/м – электрическая постоянная; $\hbar$ = 1,0545718×10^{-34} Дж·с – редуцированная постоянная Планка; $u = \sqrt{3 \times k \times T / m_e}$ – средняя скорость электрона, м/с.

Свойства плазмы в канале разряда в воде близки к идеальному газу [13, 27, 28], уравнение состояния которого:

$$p_{ch} = (n_0 + n_e) \times k \times T, \quad (11)$$

где p_{ch} – давление плазмы в канале разряда, Па.

В работе [14] f_σ введена как эмпирическая функция от степени ионизации плазмы (d_i), но в [14] было определено, что в формуле (6) она фактически не зависит от (d_i), а является эмпирической постоянной, равной 0,02. Поэтому в данной работе мы принимали f_σ = 0,02.

Для вычисления удельной электропроводности плазмы по формуле (6) необходимо определить концентрации тяжелых частиц и электронов.

Также как в [14], полагаем, что поток энергии, излучаемой из канала разряда на его поверхность, которую считаем абсолютно черной [7], обеспечивает поступление молекул воды в объем канала. Плазму канала разряда и окружающую его воду разделяет тонкий переходный слой, в котором происходит испарение молекул воды с последующей их ионизацией в объеме канала, а также сообщение полученным частицам кинетической энергии [7].

Скорость потока частиц с поверхности канала разряда в его объем пропорциональна мощности излучения энергии из канала разряда на его поверхность:

$$N_i = \sigma_{SB} \times T^4 \times S_c, \quad (12)$$

обратно пропорциональна затратам энергии на получение одной частицы плазмы (D) и определяется из уравнения [7]:

$$\frac{d(n_0 \cdot V_c)}{dt} = \frac{N_i}{D}, \quad (13)$$

где t – время, с; $\sigma_{SB} = 5{,}670373\times10^{-8}$ Вт·м$^{-2}$·К$^{-4}$ – постоянная Стефана–Больцмана; S_c – площадь поверхности канала, разделяющей плазму и воду, м^2.

В [14] величину D определяли по формуле:

$$D = (D_{ev} + D_m)/ \\ 3 + d_i \times \varepsilon_i + (1 + d_i) \times 3 \times k \times T/2, \quad (14)$$

где $D_{ev} = 0{,}8\times10^{-19}$ Дж – энергия, необходимая на испарение одной молекулы воды [7]; $D_m = 16\times10^{-19}$ Дж – энергия диссоциации молекулы воды на атомы водорода и кислорода [7]; $d_i = n_e / n_0$ – степень ионизации плазмы; $\varepsilon_i = 21{,}77\times10^{-19}$ Дж – энергии однократной ионизации атомов кислорода и водорода [7]; $(1 + d_i) \times 3 \times k \times T/2$ – кинетическая энергия поступательного движения одной частицы равновесной плазмы, Дж.

В работе [17] приведены данные о зависимости ε_w от процессов взаимодействия молекулы воды с электроном. Минимальная энергия электрона ε_w = 12,621 эВ ($2{,}02\times10^{-18}$ Дж) позволяет ионизировать молекулу воды без ее диссоциации, если температура не превышает 97600 К, которая, как правило, намного больше температуры плазмы в канале разряда в воде. При более высокой температуре плазмы начинается ее диссоциативная ионизация и ε_w возрастает (рис. 3, линия 1).

В данной работе W аппроксимировали функцией:

$$W = \varepsilon_w + a_w \times \exp(b_w \times T), \quad (15)$$

где a_w и b_w – параметры, определяемые на основе согласования результатов математического моделирования электрического разряда в воде с экспериментальными данными, а ε_w вычисляли по формуле:

$$\varepsilon_w = \begin{cases} 2{,}02\times10^{-18}\,\text{Дж}, & \text{если } T \le 97600\,\text{К}; \\ 2{,}070973\times10^{-23} \times T, & \text{если } T > 97600\,\text{К}. \end{cases} \quad (16)$$

Цена ионизации молекул, вычисляемая по формуле (15), соответствует основным свойствам W, отмеченным в [17, 18], когда $b_w < 0$. С учетом W величину D определяли вместо (14) по формуле:

$$D = D_{ev} + d_i \times W + (1 + \mathrm{d}_i) \times 3 \times k \times T / 2. \quad (17)$$

Из формулы (17) следует, что когда $d_i << 1$ (плазма слабо ионизированная), тогда затраты энергии на получение одной частицы плазмы определяются только испарением воды и сообщением ее молекулам кинетической энергии.

Определение потерь энергии из канала разряда в результате ее излучения выполняли также, как в [14]. В уравнении (13) не учитывается излучение энергии из канала разряда в жидкость через его поверхность. В начале разряда это допущение оправдано, однако с течением времени оптическая прозрачность плазмы в канале разряда увеличивается и часть энергии излучается из канала. Излучение энергии из канала зависит от соотношения между радиусом канала и росселандовым пробегом излучения в плазме.

Для учета излучения будем считать, что в момент времени t канал разряда, а после ввода энергии парогазовая полость имеют форму прямого кругового цилиндра длиной l_{ch} и радиусом R_{cs}, который равен среднему интегральному радиусу поверхности канала разряда по его длине R_c^*. Объем этого цилиндра (V_{cs}) равен объему канала разряда V_c, а $R_{cs} = R_c^*$:

$$V_{cs} = \pi \times R_{cs}^2 \times l_{ch}. \quad (18)$$

Часть V_{cs} в процессе разряда и после его завершения становится прозрачной вблизи поверхности раздела плазмы и воды, что подтверждается оптическими методами регистрации расширения канала разряда [7, 20]. Толщина прозрачного слоя плазмы вблизи поверхности канала разряда равна среднему росселандовому пробегу излучения в плазме канала разряда [7, 14, 20]:

$$l_r = 9\times10^{10} \times T^2 \times \exp[W/(k \times T)]/n_0, \quad (19)$$

тогда объем оптически прозрачной части цилиндра

$$V_{ros} = \pi \times l_{ch} \times l_r \times (2 \times R_{cs} - l_r). \quad (20)$$

Можно предположить, что из объема V_{ros} энергия свободно излучается через поверхность канала в окружающее пространство, тогда мощность энергии (N), вводимой в канал разряда из разрядного контура, уменьшается пропорционально V_{ros}:

$$N = i^2 \times R_{ch} - N_i \times V_{ros}/V_{cs}, \quad (21)$$

где i – сила тока в разрядной цепи, А; если $V_{ros} > V_{cs}$, тогда $V_{ros} = V_{cs}$.

При этом поверхность, с которой плазма излучает энергию на S_c, удаляется от границы

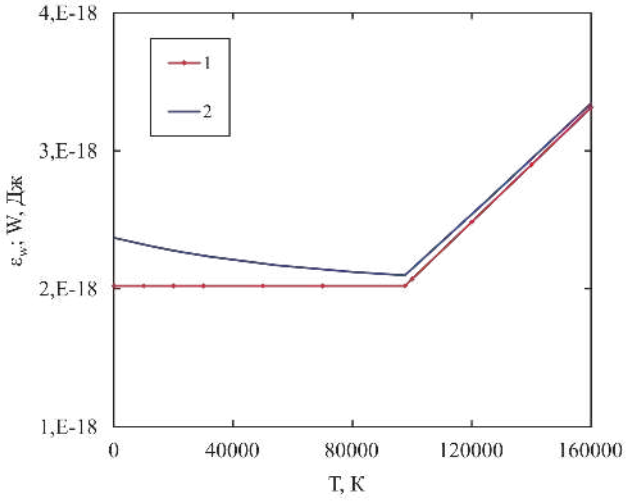


Рис. 3. Затраты энергии на однократную ионизацию одной молекулы воды: *1* – энергия ионизации; *2* – цена ионизации.

канала на расстояние l_r, и ее площадь излучения (S_i) становится меньше площади поверхности канала разряда S_c обратно пропорционально расстоянию l_r. В результате этого мощность энергии (N_a), поглощаемой поверхностью канала площадью S_c, также уменьшится обратно пропорционально расстоянию l_r:

$$N_a = N_i \times (1 - l_r / R_{cs}). \quad (22)$$

Если $l_r > R_{cs}$, тогда $l_r = R_{cs}$.

С учетом (22) уравнение (13) преобразуется к виду:

$$\frac{d(n_0 \times V_c)}{dt} = \frac{N_a}{D}, \quad (23)$$

Концентрацию электронов в условиях ионизационного равновесия в плазме, заполняющей канал разряда в воде, как и в [14], определяли с помощью уравнения Саха, которое при однократной ионизации атомов упрощается к виду [7, 29]:

$$\frac{n_e^2}{n_0 - n_e} = \frac{2}{\Lambda^3}\frac{g_1}{g_0}\exp\left(-\frac{W}{k \times T}\right) = 2 \times K_e, \quad (24)$$

где Λ – длина волны де Бройля, м:

$$\Lambda = \sqrt{\frac{h^2}{2\pi \times m_e \times k \times T}}; \quad (25)$$

m_e = 9,10938356×10^{-31} кг – масса электрона; h = 6,62606×10^{-34} Дж·с – постоянная Планка; g_1 – статистический вес иона при однократной ионизации атома; g_0 – статистический вес атома. Отношение g_1/g_0 для кислородно-водородной плазмы, образовавшейся в результате электрического разряда в воде, определено в работе [8]:

$$\frac{g_1}{g_0} = \frac{2 \times g_{aH} / g_{iH} + g_{aO} / g_{iO}}{3}, \quad (26)$$

где $g_{aH} = 2$; $g_{iH} = 1$;

$$g_{aO} = 7,66 + 2,3 \times 10^{-4} \times T - 0,429 \times 10^{-8} \times T^2 + 0,0188 \times 10^{-12} \times T^3; \quad (27)$$

$$g_{iO} = 1,92 + 2,15 \times 10^{-4} \times T - 0,08 \times 10^{-8} \times T^2 + 0,82 \times 10^{-12} \times T^3. \quad (28)$$

В формулах (19) и (24) вместо ε_i (как в [14]) использовали W.

Давление в канале разряда определяли из уравнения баланса энергии, в котором учитывается изменение внутренней энергии плазмы, работы расширения канала разряда и мощности джоулева нагрева плазмы от протекающего в канале электрического тока [5, 7, 21]:

$$\frac{1}{\gamma - 1}\frac{d}{dt}(p_{ch}V_c) + p_{ch}\frac{dV_c}{dt} = i^2 R_{ch} - N_i \times V_{ros} / V_{cs}, \quad (29)$$

где γ = 1,26 – эффективный показатель адиабаты плазмы, образовавшейся при разрядах в воде [5, 21].

В уравнении (29) мощность нагрева плазмы уменьшена на величину потерь энергии в результате ее излучения из канала разряда, которая определена по формуле (21).

Изменение силы тока в разрядной цепи определяется уравнением баланса напряжений [5, 21], полученным по схеме замещения (рис. 1):

$$L\frac{di}{dt} + (R_{ch} + R_{sh}) \times i + \frac{1}{C}\int_0^t i dt = U_0. \quad (30)$$

где L – индуктивность контура, Гн; R_{ch}, R_{sh} – соответственно сопротивление канала разряда и сопротивление остальных элементов разрядного контура, Ом; C – емкость конденсаторной батареи, Ф; U_0 – напряжение заряда конденсаторной батареи, В.

Чтобы определить геометрические характеристики канала разряда V_c, S_c и S_{ch}, нужно вычислить изменение его радиуса (R_c) как функцию переменных t и z в процессе протекания

электрического тока. Для этого моделировали процесс расширения канала разряда в воде, заполняющей разрядную камеру.

В результате анализа существующих математических моделей гидродинамических процессов в разрядной камере выбрана модель, в которой используют предположение о потенциальном безвихревом движении идеальной жидкости [22]. Гидродинамическая модель включает в себя двумерное нелинейное волновое уравнение гиперболического типа в частных производных. Для принятых допущений волновое уравнение в цилиндрической системе координат имеет вид [22]:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = c_f^2\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right], \quad (31)$$

где ψ – потенциал скорости жидкости, м^2/с; c_f – скорость звука в жидкости, м/с; r, z – пространственные координаты (рис. 1), м.

Скорость звука в жидкости определяли по формуле [5]:

$$c_f^2 = c_0{}^2 - (\chi-1)\frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{1}{2}(\chi+1)\times \left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)^2+\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)^2\right], \quad (32)$$

где c_0 – скорость звука в невозмущенной жидкости, м/с; χ – эмпирический коэффициент, равный 7,15 для воды.

Давление жидкости определяли с помощью линейного интеграла Коши–Лагранжа:

$$P = P_0 - \rho_f\frac{\partial\psi}{\partial t}, \quad (33)$$

где ρ_f – плотность жидкости, кг/м^3; P_0 – начальное давление в разрядной камере, Па.

Составляющие вектора скорости жидкости и границы канала разряда вычисляли по градиенту потенциала:

$$W_r = \frac{\partial\psi}{\partial r}, \quad (34)$$

$$W_z = \frac{\partial\psi}{\partial z}. \quad (35)$$

Для расчета гидродинамических процессов в канале разряда использовали уравнение Лапласа:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0. \quad (36)$$

Оно получено как частный случай уравнения (30), учитывая, что выравнивание характеристик плазмы, заполняющей канал разряда, происходит намного быстрее, чем в воде [24].

В начальный момент времени (в начале активной стадии разряда) считали, что жидкость находится в невозмущенном состоянии, поэтому потенциал ψ равен нулю. Начальное давление в канале принимали равным P_{ch0} (больше P_0), а начальную температуру плазмы (T_0), тогда граница канала движется с начальной скоростью $U_{ch0} = P_{ch0}/(\rho_f \times c_0)$ в результате расширения лидера. Конденсаторная батарея заряжена до напряжения U_0. Начальную силу тока в цепи определяли по закону Ома, используя сопротивление R_{sh} и вычисляя R_{ch} по формуле (5) с учетом заданного начального радиуса канала разряда R_0 и определяя σ_{ch} по формуле [3]:

$$\sigma_{ch} = \frac{p_{ch0}}{A\times(\gamma-1)}, \quad (37)$$

где A = 0,25×10^5 В^2·с/м^2, если разряд инициируется микропроводником, и A = 10^5 В^2·с/м^2 при инициировании высоковольтным пробоем слоя воды между электродами [3].

На границе раздела двух сред значение потенциала находили из условия, что стенка камеры абсолютно жесткая. Поэтому производная ψ по вектору нормали к поверхности стенки (n) равна нулю:

$$\frac{\partial\psi}{\partial n} = [redacted] \quad (38)$$

На границе канала разряда использовали условия на контактном разрыве [30]:

$$U_{ch} = U_f, \quad (39)$$

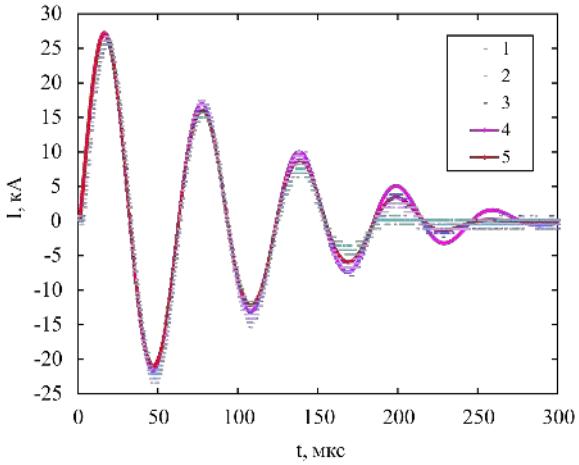
$$P_{ch} = P_f, \quad (40)$$

где U_f – скорость жидкости на границе канала, м/с; P_f – давление жидкости на границе канала, Па.

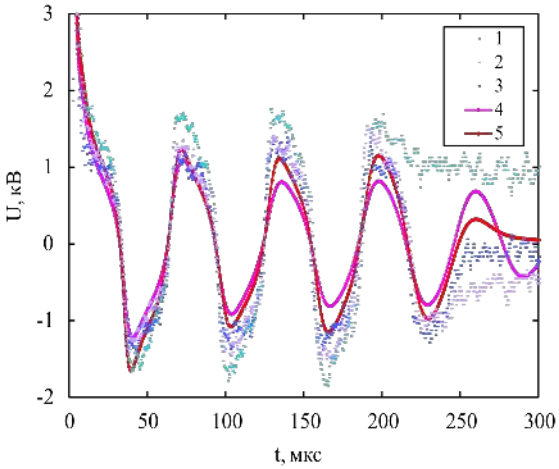
Дифференциальные уравнения (23), (29), (30), (31) и (36) решали численно с помощью двухшагового метода Эйлера–Коши, используя при этом уравнения (3), (5), (11), (12), (15), (17) и (24). Дискретизацию частных производных в уравнениях гидродинамики (31) и (36) выполняли по схеме «крест», а затем решали полученную систему уравнений по двухшаговому методу Эйлера–Коши. Подробное описание метода решения системы уравнений и алгоритма приведено в работах [5, 10].

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

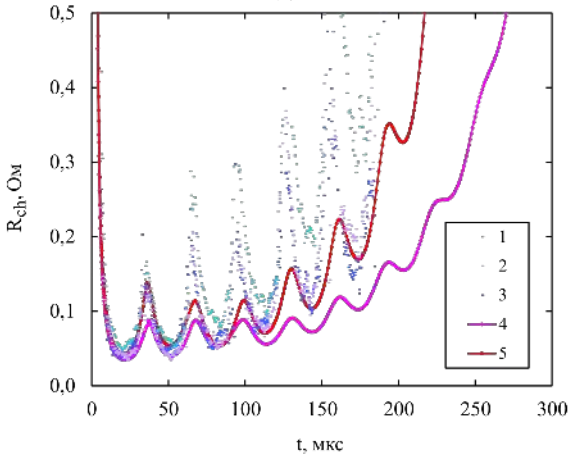
Определение цены ионизации молекул воды выполнили путем согласования результатов математического моделирования с экспериментальными данными, полученными ранее при


I, кА
t, мкс
1
2
3
4
5

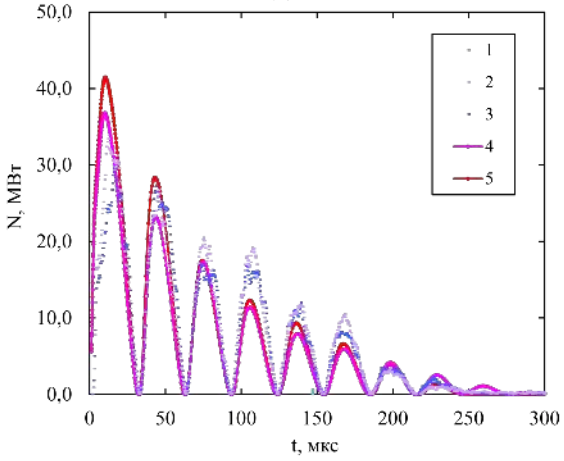
(а)


U, кВ
t, мкс
1
2
3
4
5

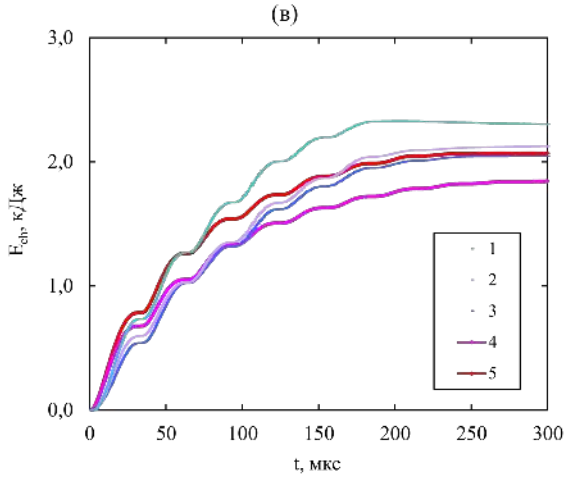
(б)


R_ch, Ом
t, мкс
1
2
3
4
5

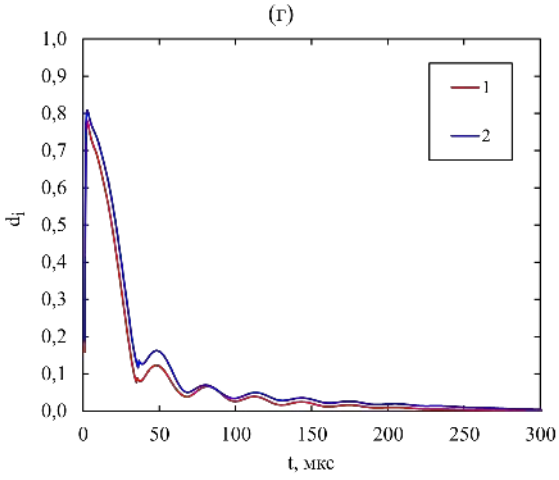
(в)


N, МВт
t, мкс
1
2
3
4
5

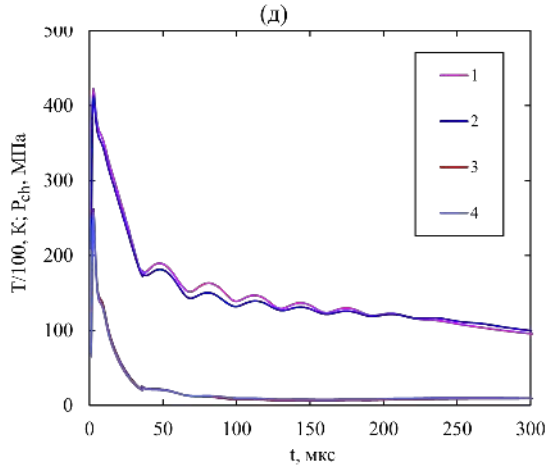
(г)

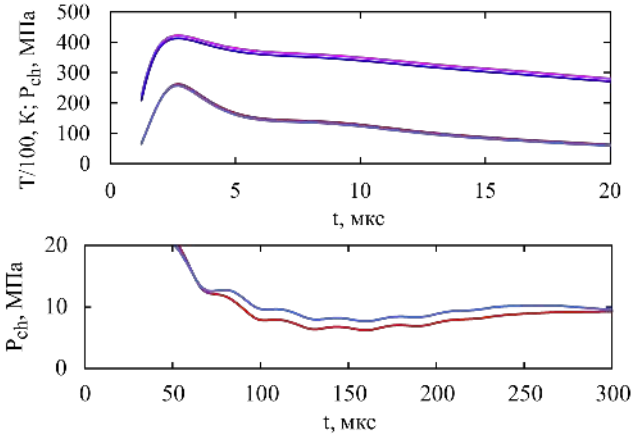

E_ch, К/Дж
t, мкс
1
2
3
4
5

(д)


d_i
t, мкс
1
2

(е)


T/100, K; P_ch, МПа
t, мкс
1
2
3
4


T/100, K; P_ch, МПа
t, мкс
P_ch, МПа
t, мкс

(ж)

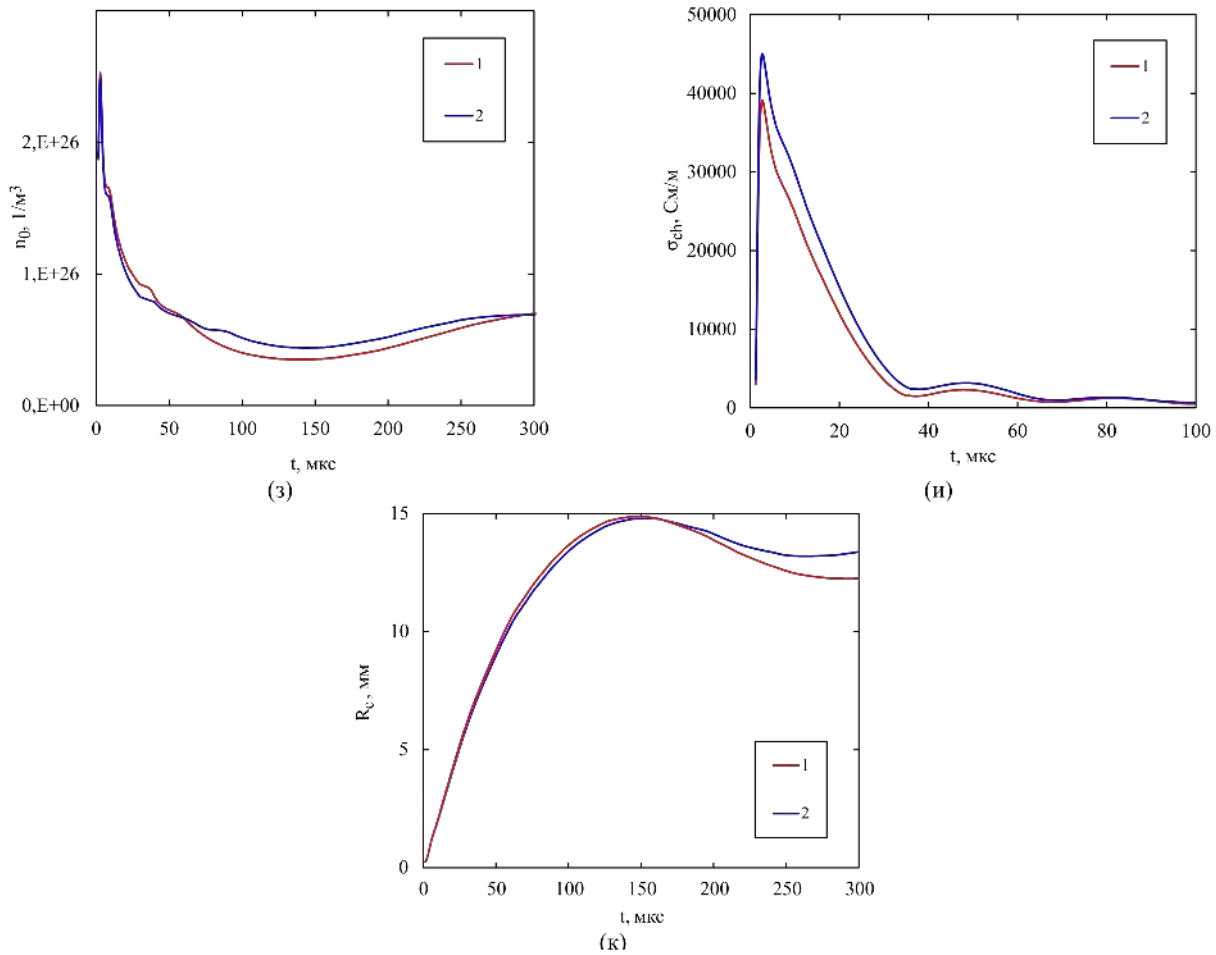
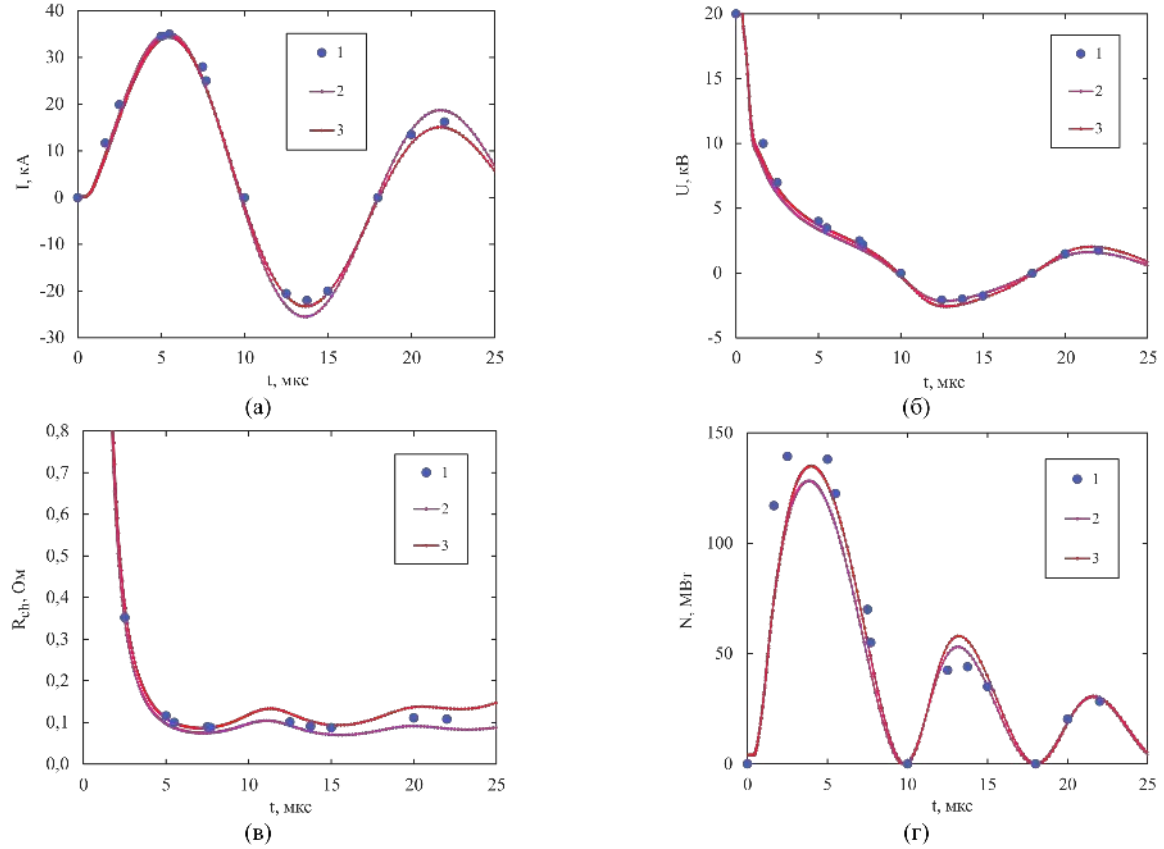


Рис. 4. Характеристики инициируемого разряда в воде: сила тока (а), напряжение между электродами (б), электрическое сопротивление канала разряда (в), мощность ввода энергии в канал разряда (г), энергия, выделившаяся в канале разряда (д), степень ионизации плазмы в канале разряда (е), температура и давление плазмы в канале разряда (ж), концентрация частиц в канале разряда (з), удельная электропроводность плазмы (и), радиус канала разряда в его экваториальном сечении (к).



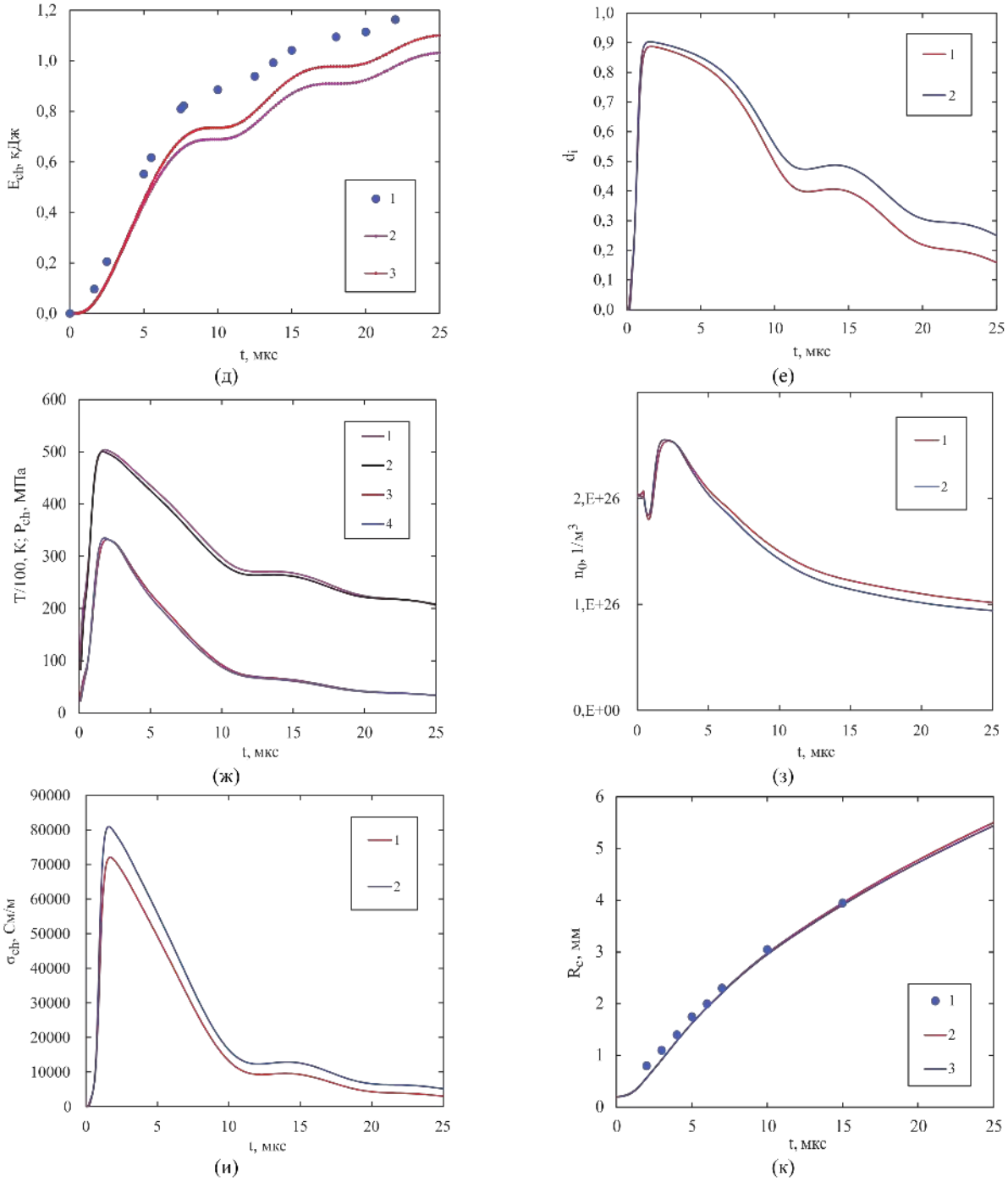
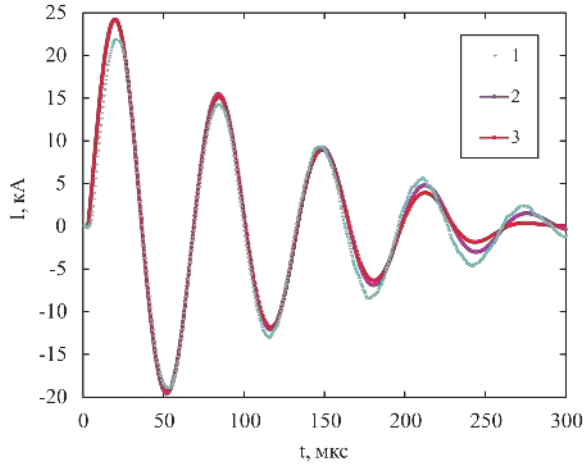


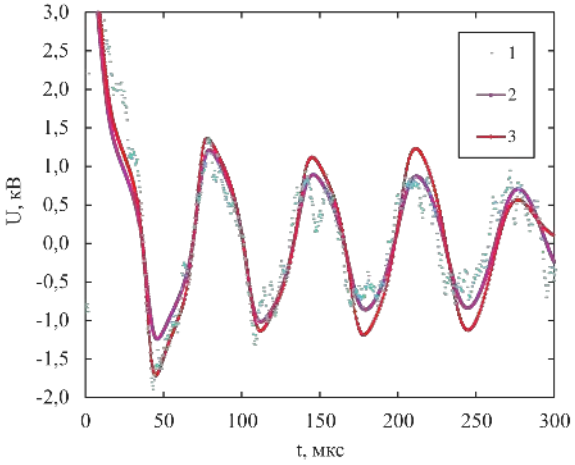
Рис. 5. Характеристики инициируемого разряда в воде [20]: сила тока (а), напряжение между электродами (б), электрическое сопротивление канала разряда (в), мощность ввода энергии в канал разряда (г), энергия, выделившаяся в канале разряда (д), степень ионизации плазмы в канале разряда (е), температура и давление плазмы в канале разряда (ж), концентрация частиц в канале разряда (з), удельная электропроводность плазмы (и), радиус канала разряда в его экваториальном сечении (к).

подготовке статьи [19] и не вошедшими в нее (рис. 4, 6, 7), а также приведенными в статьях [16, 20] (рис. 5, 8). В результате этого определили параметры в формуле (15): a_w = 3,491×10^{-19} Дж и b_w = –1,555×10^{-5} 1/T. Зависимость $W(T)$ представлена на рис. 3 линией 2.

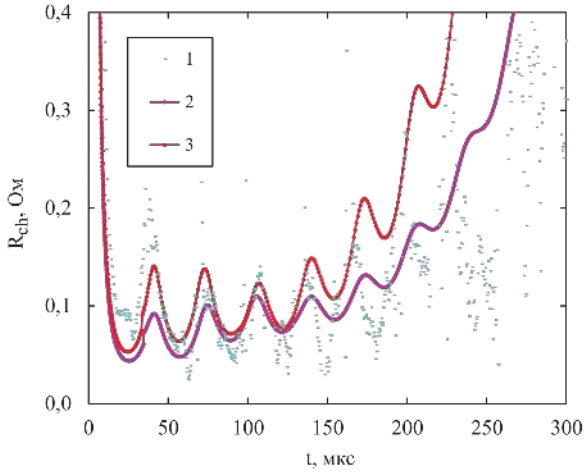
Параметры разрядного контура при математическом моделировании разрядов в воде соответствовали условиям проведения экспериментов. Емкость конденсаторной батареи (C) задавали в пределах от 1 до 10 мкФ; индуктивность разрядной цепи (L) – от 0,9 до 45,5 мкГн, напряжение заряда батареи (U_0) – от 20 до 40 кВ, активное сопротивление элементов разрядного контура без канала разряда (R_{sh}) – от 0,002 до 0,2 Ом, расстояние между электродами (l) – от 20 до 45 мм. Инициирование разряда выполняли пробоем слоя воды между электродами после приложения к ним разности потенциалов U_0, а также инициированием микропроводником.


I, кА
t, мкс
1
2
3

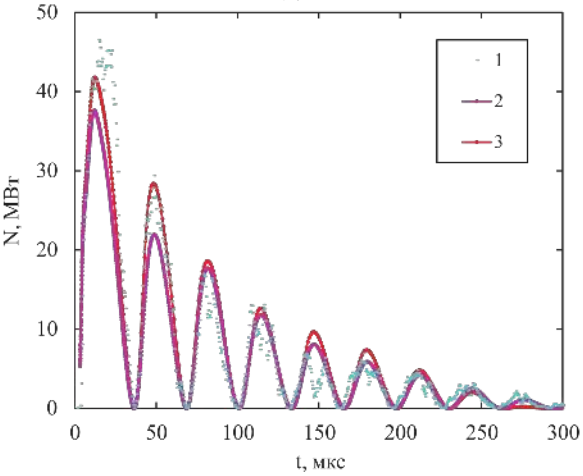
(а)


U, кВ
t, мкс
1
2
3

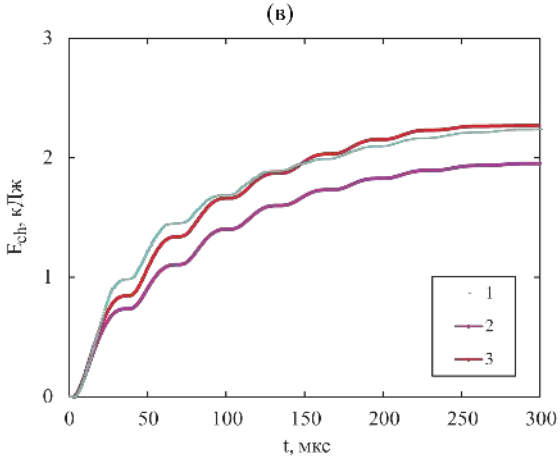
(б)


R_ch, Ом
t, мкс
1
2
3

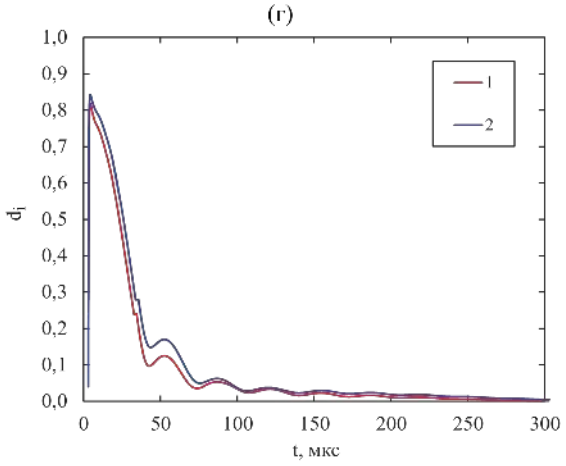
(в)


N, МВт
t, мкс
1
2
3

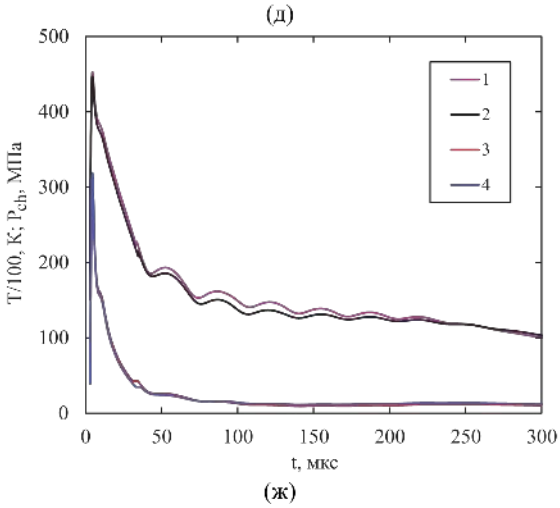
(г)


F_ch, к/Дж
t, мкс
1
2
3

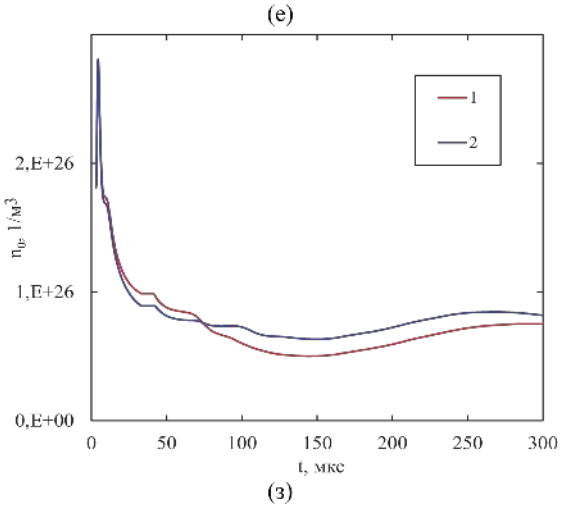
(д)


d_i
t, мкс
1
2

(е)


T/100, K; P_ch, МПа
t, мкс
1
2
3
4

(ж)


n_0, 1/м^3
t, мкс
1
2

(з)

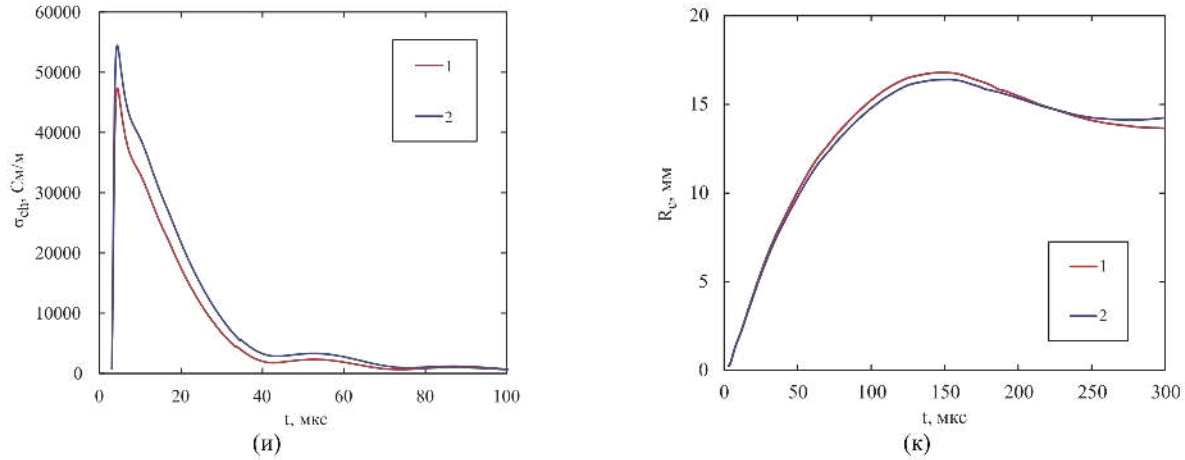
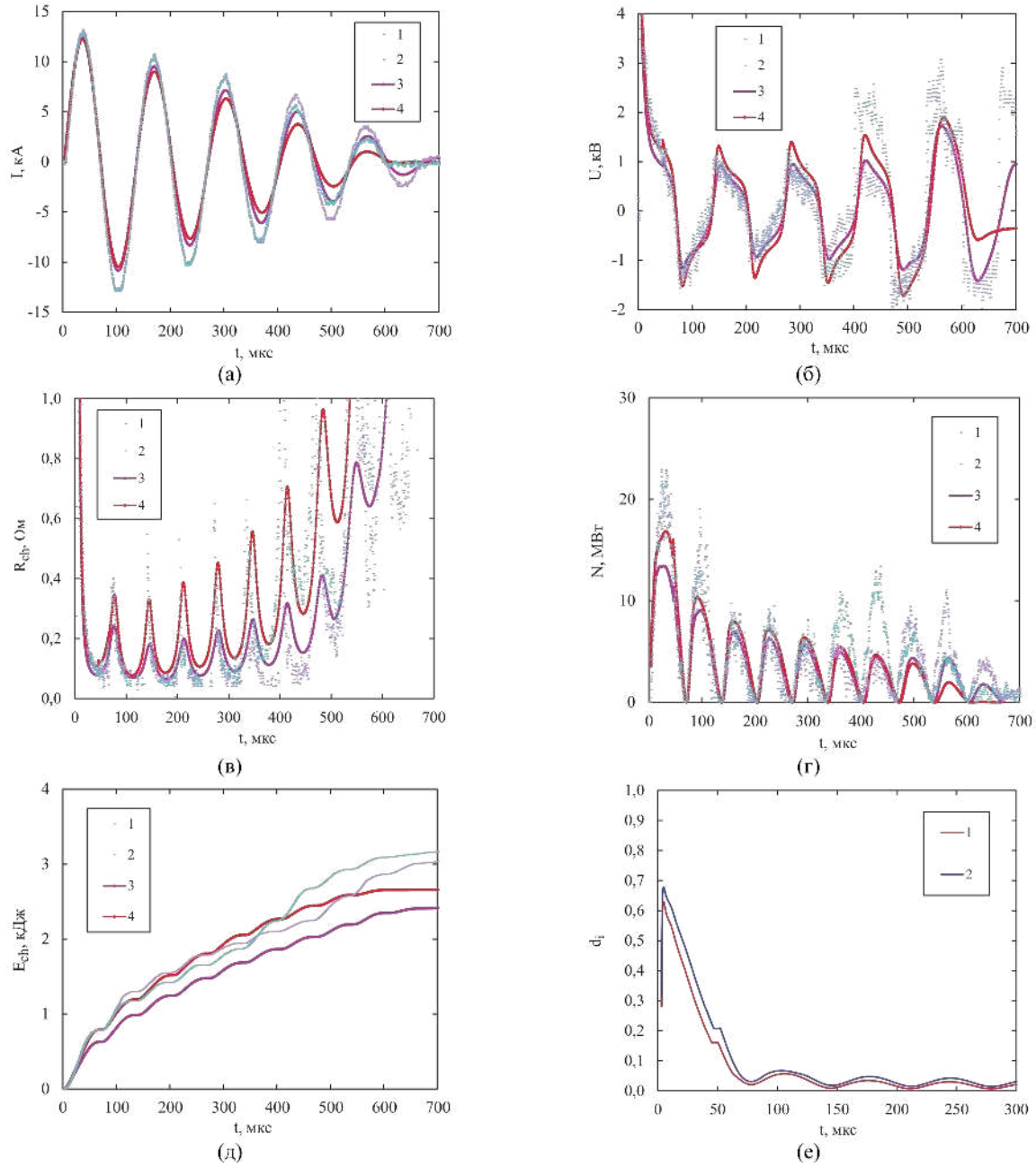


Рис. 6. Характеристики разряда в воде (L = 10,4 мкГн), инициируемого высоковольтным пробоем слоя воды между электродами: сила тока (а), напряжение между электродами (б), электрическое сопротивление канала разряда (в), мощность ввода энергии в канал разряда (г), энергия, выделившаяся в канале разряда (д), степень ионизации плазмы в канале разряда (е), температура и давление плазмы в канале разряда (ж), концентрация частиц в канале разряда (з), удельная электропроводность плазмы (и), радиус канала разряда в его экваториальном сечении (к).



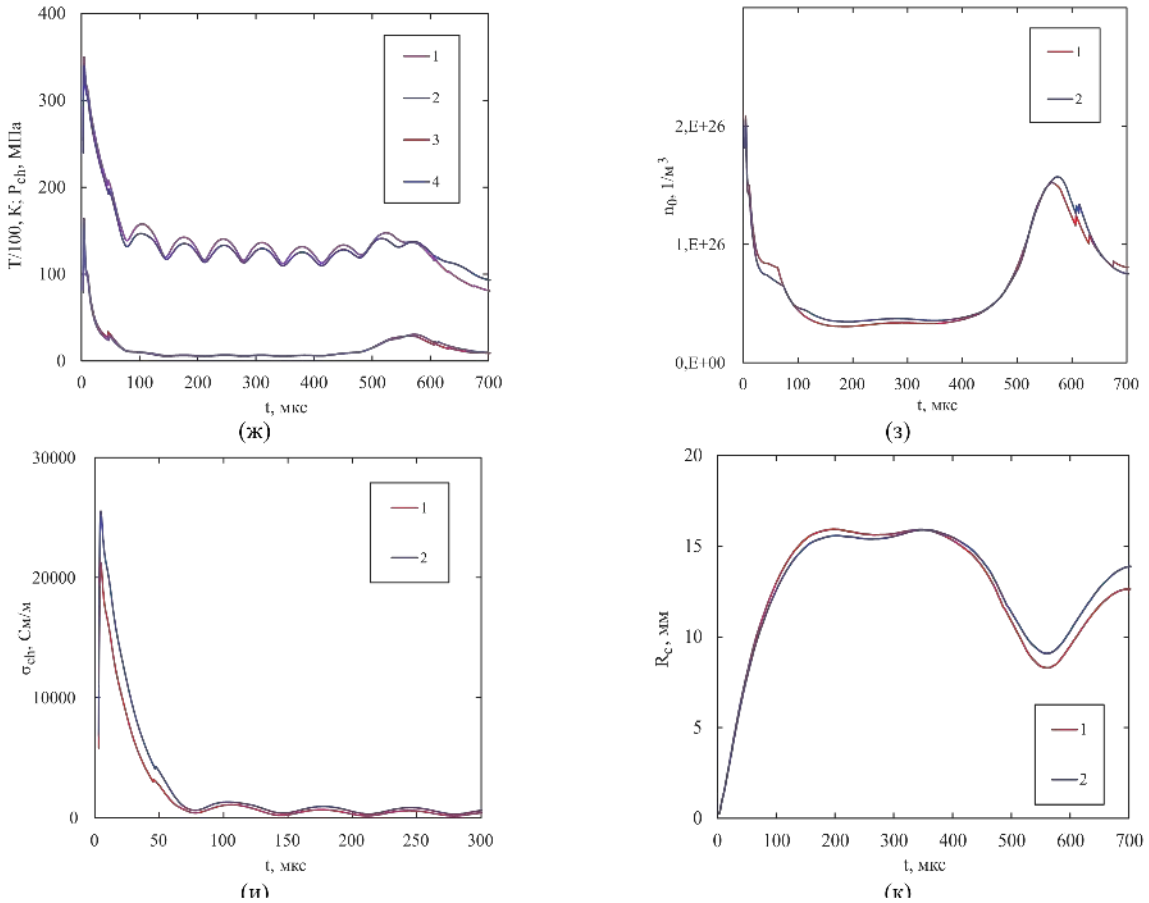
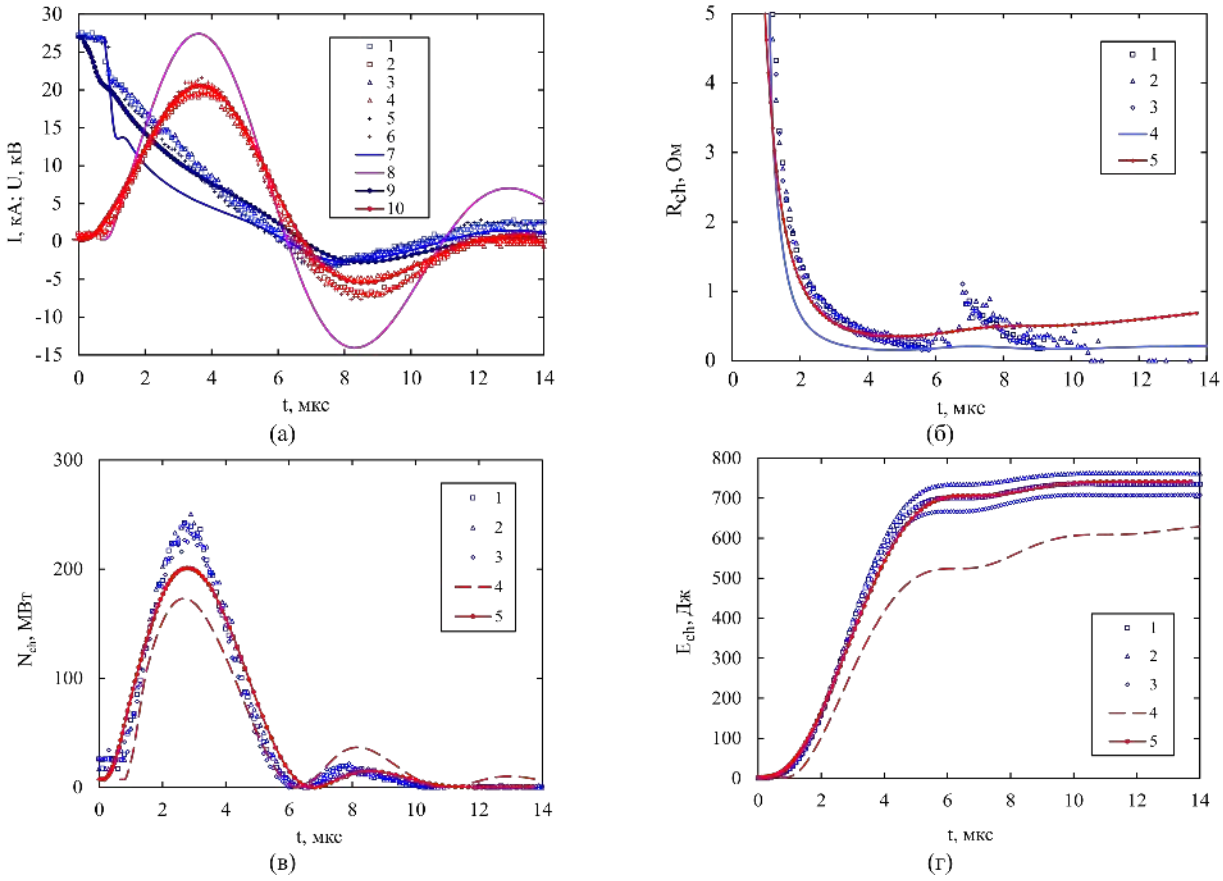


Рис. 7. Характеристики разряда в воде (L = 44,5 мкГн), инициируемого высоковольтным пробоем слоя воды между электродами: сила тока (а), напряжение между электродами (б), электрическое сопротивление канала разряда (в), мощность ввода энергии в канал разряда (г), энергия, выделившаяся в канале разряда (д), степень ионизации плазмы в канале разряда (е), температура и давление плазмы в канале разряда (ж), концентрация частиц в канале разряда (з), удельная электропроводность плазмы (и), радиус канала разряда в его экваториальном сечении (к).



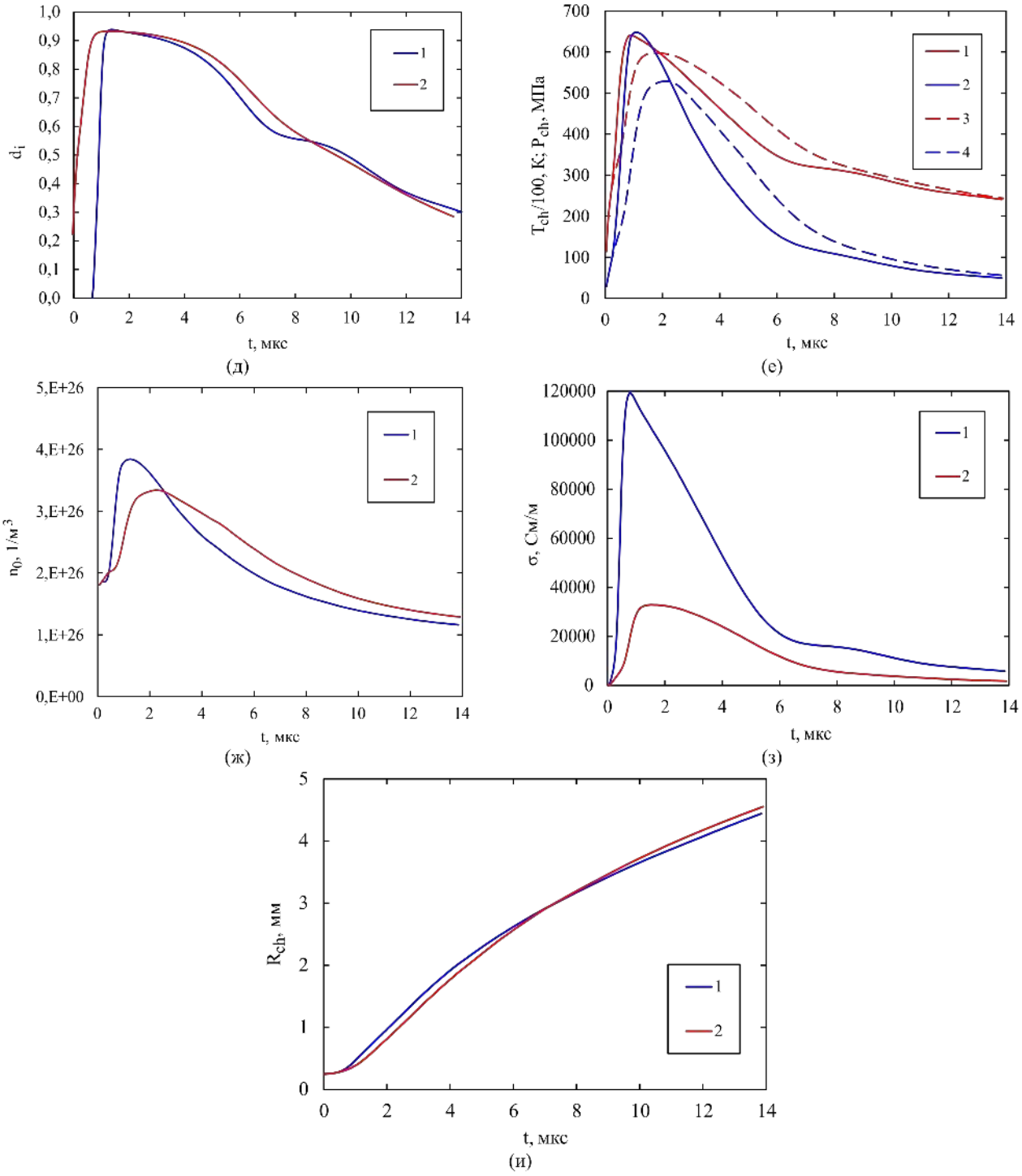


Рис. 8. Характеристики разряда, инициируемого высоковольтным пробоем слоя воды между электродами, с высокой степенью ионизации плазмы [16]: сила тока и напряжение между электродами (а), электрическое сопротивление канала разряда (б), мощность ввода энергии в канал разряда (в), энергия, выделившаяся в канале разряда (г), степень ионизации плазмы в канале разряда (д), температура и давление плазмы в канале разряда (е), концентрация частиц в канале разряда (ж), удельная электропроводность плазмы (з), радиус канала разряда в его экваториальном сечении (и).

В начале разряда, пока волны, отраженные от стенок разрядной камеры (рис. 1), не действуют на поверхность канала разряда, он расширяется, как в неограниченном объеме воды. В это время на его поверхность действуют только волны, возникающие в результате дифракции ударных волн на электродах *1* и *2* (рис. 1). Они достигают поверхности канала, прилегающей к электродам *1* и *2*, через несколько микросекунд (от 3 до 10 мкс, в зависимости от диаметра и формы электродов) и достигают экваториальной плоскости канала через несколько десятков микросекунд (от 10 до 20 мкс в зависимости от расстояния между электродами). Приблизительно через 70 мкс на поверхность канала начинают действовать волны, отраженные от цилиндрической поверхности разрядной камеры *4*, через 90 мкс – от ее верхней плоскости *5* и через 300 мкс – от нижней плоскости *7* (рис. 1). Поэтому в процессе математического

моделирования учитывали воздействие на канал разряда сложных волновых полей давления в жидкости, возникающих в результате дифракции ударных волн, генерируемых каналом разряда, на стенках разрядной камеры и электродах, а также их интерференции в объеме разрядной камеры [31]. Таким образом, на процессы в канале разряда влияют не только параметры разрядного контура и воды, но и геометрические параметры разрядной камеры, поэтому сравнение результатов математического моделирования электрического разряда в замкнутой разрядной камере с экспериментальными данными представляет собой комплексную проверку адекватности математической модели физическим процессам, а не только электрофизических процессов в канале разряда и окружающей жидкости. Это также предъявляет повышенные требования к погрешности результатов математического моделирования.

На рис. 4 представлены характеристики электрического разряда в разрядной камере, показанной на рис. 1. Инициирование разряда выполняли с помощью соединения электродов *1* и *2* (рис. 1) тонкой хлопчатобумажной нитью, предварительно смазанной смазкой ЦИАТИМ-221. Параметры разрядного контура: C = 10 мкФ; L = 9,3 мкГн; U_0 = 30 кВ; R_{sh} = 0,09 Ом; l = 30 мм.

На рис. 4а–д маркерами *1–3* обозначены экспериментальные характеристики трех разрядов, линией *4* – результаты моделирования, когда $W = \varepsilon_w$, а линией *5* – когда W определяли по формуле (15). На рис. 4е, з–к линией *1* показаны результаты моделирования, когда W определяли по формуле (15), а линией *2* – когда $W = \varepsilon_w$. На рис. 4ж линией *1* показан результат вычисления температуры T, когда W определяли по формуле (15), а линией *2* – когда $W = \varepsilon_w$, линией *3* показан результат вычисления давления плазмы в канале разряда p_{ch}, когда W определяли по формуле (15), а линией *4* – когда $W = \varepsilon_w$.

Из данных, представленных на рис. 4, следует, что учет цены ионизации молекулы воды W по (15) позволяет точнее определять многие характеристики электрического разряда в воде, чем без ее учета, когда принимали условие $W = \varepsilon_w$. В этом случае они лучше согласуются с экспериментальными данными.

В меньшей степени учет W по (15) влияет на изменение силы тока в канале разряда (рис. 4а). Только в последний период колебания тока эти отличия заметны, но в это же время увеличивается и разброс экспериментальных данных, так как уменьшается стабильность разряда. Результаты математического моделирования изменения силы тока лежат в пределах статистического разброса экспериментальных данных.

Учет W по (15) существенно уменьшает отклонение результатов расчета напряжения между электродами от экспериментальных данных и согласуется с ними в пределах их статистического разброса (рис. 4б). Наибольшее влияние учета W по (15) проявляется вблизи нулевых величин силы тока, когда скорость изменения напряжения значительно больше, чем при $W = \varepsilon_w$, а также увеличивается амплитуда колебания напряжения и изменяется его временной профиль, что лучше соответствует данным эксперимента (рис. 4б).

Затраты энергии на ионизацию плазмы при учете W по (15) больше (рис. 3), особенно вблизи нулевых величин силы тока, когда энергия поступает в канал разряда медленнее, тогда его электрическое сопротивление возрастает больше, чем при $W = \varepsilon_w$ (рис. 4в) и лучше соответствует данным эксперимента. Такое увеличение сопротивления приводит к повышению скорости изменения напряжения между электродами и их амплитуды (рис. 4б). При этом также возрастают мощность энергии, поступающей в канал разряда из разрядного контура (рис. 4г) и энергия (рис. 4д). Результаты расчета с учетом W по (15) лежат в пределах статистического разброса экспериментальных данных.

Увеличение затрат энергии на ионизацию молекул воды при учете W по (15) приводит к уменьшению степени ионизации плазмы (рис. 4е), при этом температура в течение активной стадии разряда увеличивается (рис. 4ж). Давление плазмы при учете W по (15) увеличивается в первый период колебания силы тока (рис. 4ж), а затем становится меньше, также как изменяется концентрация частиц плазмы (рис. 4з). При этом удельная электропроводность плазмы становится меньше в течение всей активной стадии разряда (рис. 4и). Радиус канала разряда в его экваториальном сечении увеличивается быстрее в первые два периода колебания силы тока, а затем становится меньше, чем при $W = \varepsilon_w$ (рис. 4л–4к).

Концентрация частиц плазмы в канале разряда большая (~ 10^{26} 1/м^3) (рис. 4з), что обеспечивает малое время релаксации процессов ионизации и рекомбинации молекул по сравнению с периодом колебания силы тока и подтверждает правомерность использования гипотезы о равновесности процессов в плазме и, соответственно, уравнения Саха (24) для математического моделирования электрического разряда в воде [32].

Изменение характеристик электрического разряда в воде (рис. 4) в результате математи-

ческого моделирования его с учетом W по (15) можно объяснить следующим образом.

Увеличение W по (15) приводит к уменьшению степени ионизации молекул воды d_i (рис. 4е) и в результате к уменьшению затрат энергии на получение одной частицы плазмы D (17), поэтому количество молекул воды n_0 (23) (рис. 4з) увеличивается. Повышение n_0 приводит к уменьшению удельной электропроводности плазмы σ_{ch} (6) (рис. 4и). Вследствие этого увеличивается электрическое сопротивление канала разряда R_{ch} (5) (рис. 4в), что приводит к повышению давления в канале p_{ch} (29) и температуры плазмы T (11) (рис. 4ж), а также электрического напряжения U (рис. 4б) между электродами *1* и *2* (рис. 1). В результате увеличиваются мощность ввода энергии в канал разряда N и энергия E_{ch} (рис. 4г и 4д). Минимумы сопротивления канала разряда R_{ch} (рис. 4в) в первые периоды колебаний увеличиваются в малой степени, что приводит к малому уменьшению экстремумов силы тока (рис. 4а). После первого периода колебаний силы тока увеличение радиуса канала разряда (рис. 4к) и его объема становится больше, чем при $W = \varepsilon_w$, что приводит к уменьшению изменения n_0 (рис. 4з) и p_{ch} (рис. 4ж).

В работе [20] приведены экспериментальные характеристики электрического разряда в воде, инициируемого микропроводником. Параметры разрядного контура: C = 6 мкФ; L = 1,1 мкГн; U_0 = 20 кВ; R_{sh} = 0,002 Ом; l = 45 мм. Сравнение результатов математического моделирования электрического разряда в воде с экспериментальными данными [20] представлено на рис. 5.

На рис. 5а–д,к маркером *1* обозначены экспериментальные характеристики разряда, линией *2* – результаты моделирования, когда $W = \varepsilon_w$, а линией *3* – когда W определяли по формуле (15). На рис. 5е,з,и линией *1* показаны результаты моделирования, когда W определяли по формуле (15), а линией *2* – когда $W = \varepsilon_w$. На рис. 5ж линией *1* показан результат вычисления температуры T, когда W определяли по формуле (15), а линией *2* – когда $W = \varepsilon_w$, линией *3* показан результат вычисления давления плазмы в канале разряда p_{ch}, когда W определяли по формуле (15), а линией *4* – когда $W = \varepsilon_w$.

На рис. 5а,б приведены экспериментальные данные, оцифрованные нами с фотографии осциллограммы силы тока и напряжения, приведенные в статье [20], поэтому погрешность оцифровки составляет приблизительно ±7% и результаты расчета удовлетворительно с ними согласуются, когда W определяли по формуле (15). Экспериментальные данные на рис. 5в–д получены нами расчетом по данным на рис. 5а,б, поэтому погрешность их представления на рис. 5в–д ±15%. С учетом этой погрешности результаты расчетов также удовлетворительно с ними согласуются, когда W определяли по формуле (15). В первые 5 мкс от начала разряда изменение радиуса канала разряда, по данным эксперимента [20], существенно больше, чем в расчете, а затем они удовлетворительно с ним согласуются (рис. 5к). Отличие расчетных и экспериментальных данных в начале расширения канала разряда, возможно, связано с проблемой его определения по СФР-грамме, потому что более точному измерению в это время мешает большая яркость канала, из-за чего его граница в это время плохо видна. Результаты математического моделирования с учетом W по (15) лучше согласуются с данными эксперимента [20], чем когда $W = \varepsilon_w$. Учет влияния W по (15) на характеристики разряда аналогичен данным на рис. 4, но максимальная степень ионизации молекул воды на 15% больше (близко к 0,9), а также значительно больше температура, давление и удельная электропроводность плазмы. Полученные нами результаты математического моделирования также хорошо согласуются с результатами расчетов в работе [24].

Электрические разряды в воде, инициируемые не микропроводником, а электрическим пробоем слоя воды между электродами, отличаются меньшей стабильностью их характеристик при повторении разрядов, но их чаще используют в различных технологиях. Поэтому проверили влияние учета W по (15) при математическом моделировании электрического разряда в замкнутой разрядной камере (рис. 1) на согласование полученных результатов с экспериментальными данными (рис. 6–8).

На рис. 6 представлены характеристики электрического разряда в разрядной камере, показанной на рис. 1. Инициирование разряда выполняли электрическим пробоем слоя воды между электродами *1* и *2* (рис. 1). Параметры разрядного контура: C = 10 мкФ; L = 10,4 мкГн; U_0 = 28,3 кВ; R_{sh} = от 0,07 Ом; l = 20 мм. Обозначения на рис. 6а–и аналогичны обозначениям на рис. 5а–и, а на рис. 6к такие же, как на рис. 4к.

Характеристики разряда на рис. 6 близки к характеристикам разряда на рис. 4 и подобным образом проявляется влияние на них учета W по (15), несмотря на отличие способа их инициирования. Это связано с тем, что параметры разрядного контура этих разрядов C, L, U_0, R_{sh} отличаются относительно мало, а отличие l в 1,5 раза компенсируется тем, что при инициировании разряда электрическим пробоем слоя воды между электродами *1* и *2* (рис. 1) фактическая начальная длина канала разряда (l_{ch})

больше, чем l в 2 раза и она быстро уменьшается в процессе разряда *2* (рис. 2).

Учет влияния W по (15) на результаты математического моделирования приводит к лучшему их согласованию с экспериментальными данными в течение первых двух периодов колебаний силы тока (рис. 6). В последующие периоды разряда их отличие увеличивается, что, по-видимому, связано с меньшей стабильностью разряда на его завершающей стадии.

На рис. 7 представлены характеристики электрического разряда в разрядной камере, показанной на рис. 1. Инициирование разряда выполняли электрическим пробоем слоя воды между электродами *1* и *2* (рис. 1). Параметры разрядного контура: C = 10 мкФ; L = 44,5 мкГн; U_0 = 28,6 кВ; R_{sh} = 0,084 Ом; l = 20 мм.

На рис. 7а–д маркерами *1* и *2* обозначены экспериментальные характеристики двух разрядов, линией *3* – результаты моделирования, когда $W = \varepsilon_w$, а линией *4* – когда W определяли по формуле (15). На рис. 7е–к обозначения такие же, как на рис. (4е–к).

Параметры C, l, U_0, R_{sh} мало отличаются от разряда, характеристики которого представлены на рис. 6, кроме параметра L, который больше в 4,3 раза, что увеличивает период колебания силы тока в 2,07 раза. Увеличение периода колебаний силы тока приводит к уменьшению его амплитуды приблизительно в 2 раза (рис. 7а). Максимумы силы тока близки к экспериментальным в пределах статистического разброса данных (рис. 6а). Учет W по формуле (15) в процессе математического моделирования приводит к лучшему согласованию колебаний напряжения с экспериментом (рис. 7б) и также повторяет тенденцию повышения амплитуд напряжения в процессе разряда, которая является следствием многократного (до 4 раз) увеличения максимумов электрического сопротивления канала разряда вблизи нулевых величин силы тока как в эксперименте, так и в результатах математического моделирования с учетом W по формуле (15) (рис. 7в). В этом случае также лучше согласуются результаты математического моделирования скорости ввода энергии в канал разряда (рис. 7г) и введенной в него энергии (рис. 7д) с экспериментальными данными. Увеличение L в 4,3 раза по сравнению с параметрами разряда на рис. 6 повысило мощность N в 2,5 раза, а энергию, введенную в канал разряда E_{ch}, в 1,17 раза, что также соответствует влиянию изменения L на характеристики разряда, отмеченные в [19]. По сравнению с характеристиками разряда на рис. 6 увеличение L привело к уменьшению максимумов: d_i – в 1,27 раза; T – в 1,29; P_{ch} – в 1,88; n_0 – в 1,33; σ_{ch} – в 2,18; R_c – в 1,06 раза (рис. 6е–к и 7е–к).

На степень ионизации молекул воды d_i существенно влияет мощность ввода энергии в канал разряда N, что подтверждают характеристики разрядов, представленных на рис. 4–7. Увеличение максимума N от 18 (рис. 7г) до 140 МВт (рис. 5г) приводит к увеличению максимума d_i от 0,63 (рис. 7е) до 0,88 (рис. 5е). На максимум N в основном влияет количество энергии, запасаемой в конденсаторной батарее (E_0), период разряда (T_p) и количество периодов разряда (n_p). Наибольшие величины максимумов N обычно бывают у коротких апериодических разрядов, например у такого, как в [16]. Параметры разрядного контура [16]: C = 2,324 мкФ; L = 0,9 мкГн; U_0 = 27 кВ; R_{sh} = 0,08 Ом; l = 25 мм.

Характеристики разряда [16] представлены на рис. 8. Вольт-амперные характеристики представлены на рис. 8а. На рис. 8а маркерами *1–6* показаны данные эксперимента, из них четные номера обозначают силу тока, а нечетные – напряжение между электродами. Линиями *7, 9* отображены результаты расчета напряжения, а *8, 10* – силы тока. Линии *7* и *8* демонстрируют результаты моделирования, когда в формуле (6) f_σ = 0,02, а линии *9* и *10* – когда f_σ = 0,006. На рис. 8б–г маркерами *1–3* обозначены данные эксперимента [16], линиями *4* – результаты расчетов, когда f_σ = 0,02, а *5* – когда f_σ = 0,006. На рис. 8д–и линиями *1* обозначены результаты расчетов, когда f_σ = 0,02, а линиями *2* – когда f_σ = 0,006.

Результаты моделирования разряда, когда f_σ = 0,02 и W вычисляли по формуле (15), существенно отличаются от экспериментальных данных (рис. 8а–г). Только уменьшение эмпирического коэффициента до f_σ = 0,006 позволяет добиться согласования результатов расчета и эксперимента. Отмечена высокая степень ионизации плазмы d_i (до 0,94) (рис. 8д) в течение относительно длительного времени (до 1/8 периода разряда). Из этого следует, что практически все молекулы воды однократно ионизированы и начинается двукратная их ионизация, которая требует существенно больших затрат энергии. В результате этого электрическое сопротивления канала разряда увеличивается в 3,3 раза (рис. 8б) за счет уменьшения удельной электропроводности плазмы (рис. 8з).

Можно назвать две причины большого несоответствия результатов математического моделирования разряда данным эксперимента из работы [16], когда f_σ = 0,02 и W вычисляли по формуле (15).

Первая из них заключается в том, что уравнение Саха (24), используемое в данной математической модели, записано в упрощенной форме, предусматривающей только однократную ионизацию молекул воды ($d_i \le 1$). В условиях двукратной ионизации молекул воды ($d_i > 1$) оно дает заниженные величины концентрации электронов (n_e) и, соответственно, степени ионизации молекул воды.

Второй причиной является принятое нами допущение об однородности характеристик плазмы в объеме канала разряда. Из работ [8, 24] следует, что температура плазмы в канале и концентрация ее частиц могут существенно (до 20%) отличаться от их среднего значения. Если степень ионизации молекул $d_i << 1$, тогда происходит преимущественно однократная их ионизация и принятое допущение оправданно. Когда d_i приближается к 1, тогда в некоторых частях объема канала начинается двукратная ионизация молекул ($d_i > 1$), несмотря на то, что в среднем по объему канала $d_i < 1$. Пример разрядов, характеристики которых приведены на рис. 4–8, свидетельствуют о том, что данную математическую модель, использующую уравнение Саха в виде (24), можно применять для моделирования электрического разряда в воде, если $d_i < 0,9$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты, полученные в данной работе, свидетельствуют, что использование цены ионизации молекулы воды вместо энергии ее ионизации в математической модели электрического разряда в воде существенно повышает ее адекватность моделируемым физическим процессам и является важным развитием ранее разработанной математической модели [14].

На основе сравнения результатов математического моделирования с экспериментальными данными определена зависимость цены ионизации молекулы воды от температуры плазмы в канале разряда. Обоснована адекватность уточненной математической модели процессам, происходящим при электрическом разряде в замкнутой разрядной камере, в относительно широком диапазоне изменения параметров моделируемой системы.

Предложенную математическую модель можно использовать для исследования электрического разряда в воде, если степень ионизации плазмы в канале разряда меньше 0,9.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гулый, Г.А., *Научные основы разрядно-импульсных технологий*. Киев: Наукова думка, 1990. 311 с.
2. Курец, В.И., Соловьев, М.А., Жучков. А.И., Барская, А.В., *Электроразрядные технологии обработки и разрушения материалов*. Томск: Изд-во Томского политехнич. унив., 2012. 272 с.
3. Кривицкий, Е.В., Шамко, В.В., *Переходные процессы при высоковольтном разряде в воде*. Киев: Наукова думка, 1979. 208 с.
4. Косенков, В.М., Влияние длины канала высоковольтного разряда в воде на эффективность пластического деформирования цилиндрической оболочки, *ЖТФ*, 2011, т. 81, № 10, с. 133.
5. Косенков, В.М., Бычков, В.М., Математическое моделирование переходных процессов в разрядном контуре и разрядной камере электрогидравлической установки, *ЭОМ,* 2015, т. 51, № 2, с. 66.
6. Колгатин, С.Н., Простая модель для исследования динамики развитой стадии быстропротекающего электрического разряда в газе и жидкости, *ЖТФ,* 1995, т. 65, вып. 7, с. 10.
7. Наугольных, К.А., Рой, Н.А., *Электрические разряды в воде*. М.: Наука, 1971. 155 с.
8. Царенко, П.И., Ризун, А.Р., Жирнов, М.В., Иванов, В.В., *Гидродинамические и теплофизические характеристики мощных подводных искровых разрядов*. Киев: Наукова думка, 1984. 148 с.
9. Дубовенко, К.В., Учет взаимодействия плазмы канала подводного электрического разряда с ударной волной, отраженной от стенки камеры, *ЭОМ*, 2013, т. 49, № 1, с. 30.
10. Косенков, В.М., Математическое моделирование изменения удельной электропроводности плазмы и сопротивления канала нецилиндрической формы в процессе электрического разряда в воде, *ЭОМ,* 2019, № 2, с. 35.
11. Калиткин, Н.Н., Кузьмина, Л.В., Шарипджанов, И.И., *Построение уравнения состояний химических соединений*. Препринт. Ин-т прикл. математики АН СССР; № 43. М., 1976. 63 с.
12. Ривкин, С.Л., Александров, А.А., *Термодинамические свойства воды и водяного пара*. М.: Энергия, 1975. 106 с.
13. Кузнецов, Н.М., Двухфазная смесь вода-пар. Уравнение состояния, скорость звука, изэнтропы. *Доклады АН СССР*, 1981, т. 257, № 4, с. 858.
14. Косенков, В.М., Сравнительный анализ методов математического моделирования удельной электропроводности плазмы в канале электрического разряда в воде, *ЭОМ*, 2021, № 4, с. 24.

15. Косенков, В.М., Влияние парогазовой полости на поле давления в замкнутой разрядной камере с деформируемой стенкой, *ЭОМ*, 2021, № 3, с. 102.

16. Косенков, В.М., Давление на поверхность обсадной трубы скважины, создаваемое электрическим разрядом в воде, *ЭОМ*, 2024, т. 60, № 4, с. 45.

17. Ковтун, Ю.В., Средняя энергия ионизации молекулы воды электронным ударом, *ЖТФ*, 2015, т. 85, № 8, с. 6.

18. Скибенко, Е.И., Ковтун, Ю.В., Скибенко, А.И., Юферов, В.Б., Исследование начальной фазы развития пространственно распределенного электрического разряда в конденсированной среде, *ЖТФ*, 2012, т. 82, № 2, с. 31.

19. Косенков, В.М., Бычков, В.М., Влияние индуктивности электрической цепи на энергетические характеристики разряда в воде и деформирования пластин, *Письма в ЖТФ*, 2017, т. 43, № 16, с. 102.

20. Швец, И.С., К определению удельной электропроводности плазмы подводного искрового разряда, *Теплофизика высоких температур*, 1980, т. 18, № 1, с. 1.

21. Кривицкий, Е.В., *Динамика электровзрыва в жидкости*. Киев: Наукова думка, 1986. 208 с.

22. Косенков, В.М., Каменская, Л.А., Расчет расширения канала электрического разряда в жидкости, описываемой в потенциальном приближении, *Акустический вестник*. 2001, № 2, с. 47.

23. Косенков, В.М., Метод определения начальных условий для моделирования электрического разряда в воде, *ЭОМ*, 2020, т. 56, № 2, с. 21. https://doi.org/10.5281/zenodo.3747821

24. Дубовенко, К.В., Численное моделирование пространственно-временных характеристик подводного электрического разряда, *Електротехніка і електромеханіка*, 2010, № 1, с. 38.

25. Кринберг, И.А., Электропроводность воздуха в присутствии примеси, *ПМТФ*, 1965, № 1, с. 76.

26. Feynman, R.P., Hibbs, A.R., *Quantum Mechanics and Path Integrals*. New York: McGRAW-HILL BOOK COMP., 1965. 365 p.

27. Калиткин, Н.Н., Кузьмина, Л.В., Рогов, В.С., *Таблицы термодинамических функций и транспортных коэффициентов плазмы*. Препринт. Ин-т прикл. математики АН СССР. Л., 1972. 112 с.

28. Пастухов, В.Н., Моделирование начальной стадии электрического разряда в воде, *ЭОМ*, 1982, № 5, с. 61.

29. Жданов, В.М., *Явления переноса в газах и плазме*. М.: МИФИ, 2008. 240 с.

30. Годунов, С.К., *Численное решение многомерных задач газовой динамики*. М.: Наука, 1976. 400 с.

31. Косенков, В.М., Влияние парогазовой полости на поле давления в замкнутой разрядной камере с жесткими стенками, *ЭОМ*, 2020, т. 56, № 3–4, с. 32. https://doi.org/10.5281/zenodo.3970429.

32. Арцимович, Л.А., Сагдеев, Р.З., *Физика плазмы для физиков*. М.: Атомиздат, 1979. 320 с.

Summary

This paper examines the influence of the ionization cost of molecules on the results of mathematical modeling of an electric discharge in water. A function approximating the dependence of the ionization cost of molecules on plasma temperature is proposed, and its parameters are determined. The adequacy of the refined mathematical model to the physical processes in the discharge channel and closed discharge chamber over a wide range of system parameters is substantiated by comparison with experimental data. The resulting relationships significantly improve the adequacy of the previously developed mathematical model to the physical processes occurring during a discharge in water and expand the range of parameters over which it can be used.

Keywords: mathematical modeling, electric discharge in water, ionization cost of molecules, specific electrical conductivity of plasma, discharge channel resistance