

JOCURI CELEBRE REPETATE

Victoria LOZAN

În diverse situații de conflict și cooperare, sunt implicați doar doi decidenți. Teoria jocurilor studiază o varietate largă de jocuri diadice 2×2 , fiecare dintre ele corespunzând unei game la fel de largi de probleme din viața reală. Unele dintre aceste jocuri au devenit celebre. Printre ele sunt jocurile Bătălia Sexelor (BS) și Dilema Deținutului (DD).

Primele referințe la BS țin de anul 1957 și de lucrarea *Games and Decisions: Introduction and Critical Survey*, scrisă de R.D. Luce și H. Raiffa. În BS jucătorii își coordonează comportamentul având preferințe contradictorii: *Două persoane de sex opus, El și Ea, doresc să petreacă o seară în comun, însă au preferințe diferite în legătură cu locul unde vor să meargă. Ea vrea să meargă la cinema, El – la baschet. Ambii jucători sunt interesați de coordonare (fie cinema – cinema, fie baschet – baschet).*

Un alt joc celebru este DD formulat în 1950 de angajații companiei RAND Corporation Merrill Flood și Melvin Dresher și desăvârșit de către A.W. Tucker sub forma DD. Se descrie o dilemă socială ca joc de două persoane. Se arată cum pot conduce hotărârile raționale individuale la rezultate colective neoptime. A.W. Tucker a formalizat jocul sub forma *Dilemei Deținutului: Doi membri ai unei bande criminale: Alan și John, sunt arestați și închiși. Deținuții sunt izolați unul de celălalt și nu au posibilitatea de a comunica. Poliția nu posedă dovezi suficiente pentru a-i acuza de infracțiunea principală, însă are posibilitatea de a-i condamna la câte un an de detenție, pe ambii, pentru o infracțiune mai mică. În același timp, poliția oferă fiecărui deținut o negociere Faustiană. Dacă depune mărturie împotriva partenerului său, atunci el este liber, în timp ce celălalt primește trei ani de închisoare pentru infracțiunea de bază. Însă există o captură: dacă ambii depun mărturie împotriva celuilalt, atunci fiecare va primi câte doi ani de pușcărie.* Rezultatele posibile ale jocurilor descrise mai sus sunt ilustrate în Tab. 1 și 2.

Tabelul 1. Rezultatele posibile în jocul BS Tabelul 2. Rezultatele posibile în DD

	El	Cinema	Baschet		John	Tăinuiește	Mărturisește
Ea				Alan			
Cinema		(4, 3)	(2, 2)	Tăinuiește	(1, 1)	(3, 0)	
Baschet		(1, 1)	(3, 4)	Mărturisește	(0, 3)	(2, 2)	

În Tabele sunt prezentate pe orizontală strategiile primului jucător, iar pe verticală cele ale jucătorului doi. Fiecare celulă conține utilitățile obținute de decidenții jocului corespunzător în aceeași situație, separate prin virgulă.

Cazul discret este relativ simplu de analizat: pentru BS – soluția Nash este (*cinema, cinema*) și (*baschet, baschet*) cu câștigurile (4, 3) și (3, 4), respectiv, și pentru DD – echilibrul Nash este (*mărturisește, mărturisește*) cu câștigurile (2, 2).

Un interes deosebit se acordă jocurilor repetate, deoarece în ele apar noi strategii și noi echilibre. Cercetările de inițiere au fost efectuate de R. Axelrod (1984) în lucrarea [1] și țin de studierea cooperării dintre decidenți. R. Axelrod organizează anual un turneu în baza jocului DD. Numărul de etape din cadrul turneului este finit. El se desfășoară între programele de calculator. La a douăzecea aniversare a turneului câștigătorii au fost participanții de la Universitatea Southampton din Marea Britanie. Rezultatele turneului pot fi vizualizate pe pagina <http://www.prisoners-dilemma.com/>.

În jocurile repetate [2-3] utilitățile jucătorilor pentru secvența infinită $(z^0, z^1, \dots, z^t, \dots)$ se calculează conform formulei:

$$u_i = f_i(z^0) + \delta f_i(z^1) + \delta^2 f_i(z^2) + \dots + \delta^t f_i(z^t) + \dots = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t f_i(z^t),$$

unde $\delta \in (0, 1)$, δ – factor de reducere, $z^t = (x^t, y^t)$ – rezultat ce se obține în perioada t , $h^t = ((x^0, y^0), (x^1, y^1), \dots, (x^{t-1}, y^{t-1}))$, $t = 1, 2, \dots$ – o istorie a jocului în perioada de timp t .

În jocul repetat DD, sunt posibile 13 strategii de bază: *ochi pentru ochi, neîncredere, ciudă, Pavlov, gradual, probant, strategia Southampton, tăinuiește întotdeauna, mărturisește întotdeauna, aleatoriu, periodic sau amical, periodic și neamical, decide conform majorității*. Strategia eficientă este considerată *ochi pentru ochi* – în prima rundă tăinuiește faptele (cooperează cu partenerul), iar în perioadele ce urmează copiază mutarea anterioară a partenerului de joc. Însă *strategia Southampton* oferă rezultate mai bune. Strategiile enumerate pot fi adaptate și pentru jocul BS, dar pot fi definite și strategii noi de tipul *azi eu – mâine tu* – o variantă a strategiei *cooperează întotdeauna*, adică cooperarea și satisfacerea pe rând a preferințelor:

I. dacă jocul începe cu strategia (*cinema, cinema*), se obțin câștigurile:

$$u_{Ea} = 4 + 3\delta + 4\delta^2 + 3\delta^3 + \dots + 4\delta^{2t} + 3\delta^{2t+1} + \dots = \frac{4}{1-\delta^2} + \frac{3\delta}{1-\delta^2},$$

$$u_{El} = 3 + 4\delta + 3\delta^2 + 4\delta^3 + \dots + 3\delta^{2t} + 4\delta^{2t+1} + \dots = \frac{3}{1-\delta^2} + \frac{4\delta}{1-\delta^2};$$

II. dacă jocul începe cu strategia (*baschet, baschet*), se obțin câștigurile:

$$u_{Ea} = \frac{3}{1-\delta^2} + \frac{4\delta}{1-\delta^2}, \quad u_{El} = \frac{4}{1-\delta^2} + \frac{3\delta}{1-\delta^2}.$$

Când $\delta \in [0,01; 0,99]$ câștigurile variază pe segmentele $[4,03; 350,25]$ și $[3,04; 349,75]$, respectiv – în primul caz și $[3,04; 349,75]$ și $[4,03; 350,25]$, respectiv – în cazul doi. Se poate concluziona că această strategie oferă aproximativ aceleași câștiguri pentru ambii jucători după un număr mare de etape. Abateră de la strategia *azi eu – mâine tu* a unuia dintre membrii cuplului duce la pierderea reputației sale și la micșorarea câștigurilor obținute.

O atenție deosebită în DD repetat este acordată strategiei *ochi pentru ochi*. Însă infractorii pot coopera, până când unul se abate de la acordul stabilit anterior, celălalt deja va trăda tot timpul, se joacă strategia *ciudă (spite)* – este foarte răzbunătoare. Bineînțeles că, cel care trădează, deja nu va mai selecta strategia *tăinuiește*, cunoscând consecința trădării sale. Se obține secvența:

$$\underbrace{(1,1), (1,1), \dots, (1,1)}_{t \text{ perioade de timp}}, \underbrace{(1,0)}_{\text{perioada } t}, (0,0), (0,0), \dots \left(\text{sau } \underbrace{(1,1), (1,1), \dots, (1,1)}_{t \text{ perioade de timp}}, \underbrace{(0,1)}_{\text{perioada } t}, (0,0), (0,0), \dots \right)$$

și câștigurile

$$u_{Alan} = 1 + \delta + \dots + \delta^{t-1} + 3\delta^t + 2\delta^{t+1} + 2\delta^{t+2} + \dots = \frac{\delta^t - 1}{\delta - 1} + 3\delta^t + \frac{2\delta^{t+1}}{1 - \delta}$$

$$\left(u_{Alan} = \frac{\delta^t - 1}{\delta - 1} + \frac{2\delta^{t+1}}{1 - \delta} \right),$$

$$u_{John} = 1 + \delta + \dots + \delta^{t-1} + 2\delta^{t+1} + 2\delta^{t+2} + \dots = \frac{\delta^t - 1}{\delta - 1} + \frac{2\delta^{t+1}}{1 - \delta} \left(u_{John} = \frac{\delta^t - 1}{\delta - 1} + 3\delta^t + \frac{2\delta^{t+1}}{1 - \delta} \right),$$

pentru $\delta \in [0,01; 0,99]$ și $t \rightarrow \infty$ se obțin valorile funcțiilor de câștig $[1,01; 100]$ pentru ambii infractori. Ei pot juca, după abatere, strategia *ochi pentru ochi*. Însă această strategie, după un termen lung de joc, poate duce la blocarea jucătorilor într-o confruntare de durată. După o perioadă îndelungată, ambii aleg pe termen lung strategia *vendetta* – răzbunare.

Strategiile cercetate duc la obținerea rezultatelor aproximativ egale pentru BS (strategia *azi eu – mâine tu*) și egale pentru DD (strategia *ciudă*). Pentru realizarea câștigurilor maxime, este utilă atât cooperarea, cât și comportamentul strategic, nu doar în conflictele militare și afaceri, ci și în căsătorie și criminologie.

Referințe:

1. AXELROD, R. *The evolution of cooperation*. New York: Basic Books, 1984. ISBN 0-465-02121-2. 241 p.
2. SHOHAM, Y., LEYTON-BROWN, K. *Multiagent systems: Algorithmic, game-theoretic and logical foundations*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2008. ISBN 978-0-521-89943-7. 532 p.
3. SLANTCHEV, B.J. *Game theory: repeated games*. Department of Political Science, University of California – San Diego, 2004. [Accesat 15.12.2012] Disponibil: <http://slantchev.ucsd.edu/courses/gt/07-repeated-games.pdf>.