Расчет нагрузок нестабильного шестиполюсника нейронной сетью с изменяемым шагом и избыточной размерностью обучающих данных

[*]А. А. Пенин, А. С. Сидоренко

Технический университет Молдовы,
г. Кишинев, MD-2028, Молдова
[*]*e-mail: alexandr.penin@iien.utm.md*

Поступила в редакцию 25.02.2026
После доработки 29.05.2026
Принята к публикации 25.06.2026

Рассматривается расчет шестиполюсника с двумя нагрузками и нестабильным сопротивлением общего провода. Данные обучения нейронной сети прямого распространения представляют набор значений двух искомых нагрузок, опорных нагрузок и соответствующих значений входных токов. Эти данные разделяются на непосредственно обучающие, проверочные и тестовые наборы с одинаковым типом шага изменения значений. При обучении нейронная сеть выявляет внутреннюю закономерность в этих трех наборах и показывает малые ошибки. Однако для контрольного набора с другим типом шага ошибки проявляются. Комбинирование данных обучения с разным типом шагов исключает эту закономерность. Очевидное использование по одной величине опорного тока на каждом входе для формирования данных обучения приводит к неудовлетворительным результатам обучения. В свою очередь избыточные две величины опорного тока на одном из входов радикально увеличивают точность и обобщающую способность нейронной сети. Полученные результаты развивают методы нейронных сетей и дают основу для рассмотрения многополюсников с большим числом нагрузок.

Ключевые слова: многополюсник, расчет нагрузки, нейронная сеть, данные обучения, относительная ошибка

УДК 621.3.01:514.8:004.8
https://doi.org/10.52577/eom.2026.62.3.47

ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим линейный шестиполюсник (частный случай многополюсника) как возможную модель линии питания двух нагрузок или линии связи с резистивными датчиками. Тогда можно рассчитать входные токи при заданных сопротивлениях нагрузок и известных параметрах этой цепи. Это прямая задача теории цепей, представленная во всех учебниках. Обратная задача теории цепей сводится к расчету сопротивлений нагрузок по заданным или измеренным входным токам.

В случае изменения параметров многополюсника необходим перерасчет этих параметров, что усложняет известные методы расчета токов или нагрузок. Так, например, параметры можно рассчитать по результатам опытов холостого хода (ХХ) и короткого замыкания (КЗ) на входах и выходах этой цепи [1]. Но манипуляции на входах и выходах усложняют этот метод. Удобнее, когда проводятся манипуляции только на выходе без каких-либо источников напряжения. Возможны разные варианты организации таких опытов на выходе, как КЗ, ХХ, так и с применением опорных или базовых значений нагрузки [2]. При этом измеряются токи как на входе и выходе, так и только на входе. С этим связано количество необходимых опытов [3–7]. В конечном итоге такой традиционный подход с использованием аналитических выражений получается трудоемким. В свою очередь базовые значения известны какой-то погрешностью, что ограничивает точность расчета и измерения входного тока.

Принципиально другой подход рассматривает известное дробно-линейное выражение «ток–нагрузка» как проективное преобразование в рамках проективной геометрии [8]. Инвариантом проективного преобразования является сложное отношение или отношение пропорций четырех значений каждой нагрузки и соответствующих значений тока [9]. Такой инвариант явно не зависит от параметров цепи. Три значения являются базовыми, а четвертое соответствует измеряемому значению нагрузки. Поэтому измеряемая нагрузка может быть вычислена через измеренные значения тока и базовые значения самой нагрузки. Но, как упоминалось выше, базовые значения известны с погрешностью.

Нейронная сеть является возможной альтернативой для расчета цепи также без явного определения параметров многополюсника. В этом случае мы приходим к задаче аппроксимации или регрессии нейронной сети прямого

распространения [10, 11]. Данные обучения нейронной сети прямого распространения представляют набор значений нагрузок, таких как вектор цели, и соответствующих значений входных токов, таких как входной вектор. Привлекательной стороной применения нейронной сети является то, что все возможные изменения или отклонения параметров цепи и базовых значений нагрузок явно используются для формирования компонент входного вектора.

Есть множество примеров использования нейронной сети в технических устройствах с датчиками физических величин, подверженных влиянию окружающей среды. Значения величин данных обучения рассчитываются или по математической модели этого сенсора, или формируются за счет экспериментальных измерений [12–18]. Обращает на себя внимание выбор шага или интервала изменения этих значений. Обычно или по умолчанию принимается постоянный шаг [19–23]. Данные обучения традиционно разделяются на непосредственно обучающие, или тренировочные, проверочные и тестовые наборы. Как результат, тестирование показывает малые среднеквадратичные ошибки (СКО). Но последующее моделирование с произвольными или расширенными контрольными данными приводит к большим относительным ошибкам для отдельных значений.

Раннее проведенные исследования нестабильного четырехполюсника с использованием *Fit Data package of MATLAB Deep Learning toolbox* показали, что все проблемы связаны с формированием данных обучения [24]. С одной стороны, заданный шаг изменения присутствует в обучающих, проверочных и тестовых наборах. При обучении нейронная сеть выявляет эту внутреннюю закономерность в этих трех наборах. Поэтому обученная сеть показывает малые СКО.

С другой стороны, если расширенные контрольные данные используют такой же тип шага изменения, то малые относительные ошибки для всех значений также получаются. Но если эти контрольные данные используют другой тип шага, то большие относительные ошибки сразу проявляются. Поэтому объединение данных обучения с регулярным и нерегулярным шагом изменения величин в вышеупомянутых трех наборах исключает эту закономерность, и сеть показывает обобщающую способность. Далее использование избыточного числа базовых величин нагрузки относительно числа нестабильных параметров радикально увеличивает обобщающую способность. Используемый вероятностный показатель для количественной оценки относительных погрешностей позволяет найти компромисс между размером данных обучения, получаемой точностью, количеством нейронов и обеспечивает быстрое обучение сети.

В настоящей работе используются и развиваются результаты [24] для шестиполюсника с двумя нагрузками и нестабильным сопротивлением общего провода. В этом случае возникает проблема как выбора числа избыточных базовых токов, так и распределения этих токов по входам.

ПОДГОТОВКА ДАННЫХ ОБУЧЕНИЯ И РАСШИРЕННЫХ КОНТРОЛЬНЫХ ДАННЫХ

Рассмотрим шестиполюсник с заданными значениями резисторов r_3, r_1, r_{31}, r_4, r_2, r_{42} и сопротивлениями нагрузок R_{L1}, R_{L2} на рис. 1. Из-за сопротивления общего провода r_{34} проявляется взаимовлияние указанных нагрузок. Будем считать, что именно сопротивление r_{34} является нестабильным.

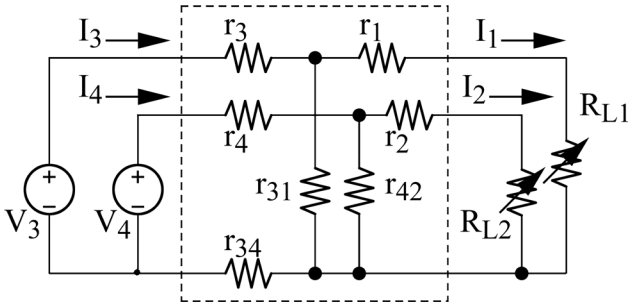


Рис. 1. Схема шестиполюсника с нагрузками R_{L1}, R_{L2} и нестабильным сопротивлением общего провода r_{34}.

Согласно методу контурных токов, система уравнений с обозначенными направлениями токов имеет вид:

$$\begin{bmatrix} R_{33} & R_{34}-R_{31} & 0 \\ -R_{34} & R_{44} & 0 & -R_{42} \\ R_{31} & 0 & -R_{11} & 0 \\ 0 & R_{42} & 0 & -R_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_3 \\ I_4 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_3 \\ V_4 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

где $R_{11} = r_1 + r_{31}$, $R_{22} = r_2 + r_{42}$, $R_{31} = r_{31}$, $R_{42} = r_{42}$, $R_{34} = r_{34}$, $R_{33} = r_3 + r_{31} + r_{34}$, $R_{44} = r_4 + r_{42} + r_{34}$. В свою очередь напряжения нагрузок $V_1 = R_{L1}I_1$, $V_2 = R_{L2}I_2$.

Здесь и далее используем символьные расчеты в MATLAB. Тогда получим следующие выражения:

$$R_{L1}(I_3, I_4) = \frac{R_{11}V_3 - \left(R_{11}R_{33} - R_{31}^2\right)I_3 - R_{11}R_{34}I_4}{R_{33}I_3 + R_{34}I_4 - V_3},$$

$$R_{L2}(I_3, I_4) = \frac{R_{22}V_4 + \left(R_{22}R_{44} - R_{42}^2\right)I_4 - R_{22}R_{34}I_3}{R_{44}I_4 + R_{34}I_3 - V_4}.$$

В свою очередь, обратные зависимости $I_3 = (R_{L1}, R_{L2})$, $I_4 = (R_{L1}, R_{L2})$ представляют

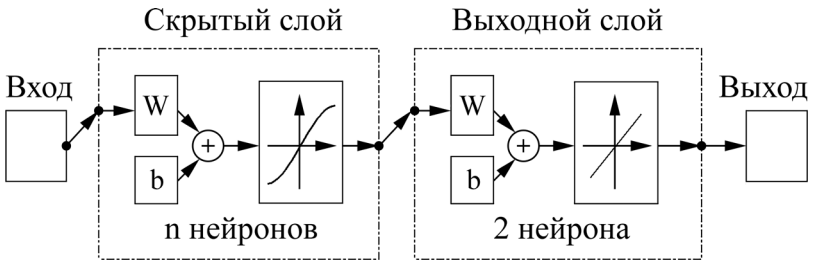


Рис. 2. Нейронная сеть прямого распространения с одним скрытым слоем и *n* нейронами.

громоздкие выражения. Поэтому рассмотрим конкретный пример шестиполюсника со следующими безразмерными значениями всех величин [25]:

$$V_3 = 12,\ V_4 = 10,\ r_3 = 3,\ r_{31} = 9,$$
$$r_1 = 1,\ \ r_4 = 4,\ r_{42} = 12,\ r_2 = 2.$$

Тогда обратные зависимости в формате MATLAB имеют приемлемый вид:

```
I3 = 2*(RL1 + 10). *(96*RL2 + 14*r34 + RL2.
*r34 + 480). /det;
I4=2*(RL2 + 14). *(60*RL1 – 10*r34 - RL1.
*r34 + 195). /de                                  (2)
det = (960*RL1 + 624*RL2 + 1346*r34 +
192*RL1. *RL2 +...
248*RL1. *r34 + 199*RL2. *r34 + 28*RL1.
*RL2. *r34 + 3120);
```

Как было указано выше, расчет или измерение нагрузок приводит к задаче аппроксимации нейронной сети прямого распространения. Данные обучения нейронной сети прямого распространения представляют набор значений (или образцов) нагрузок как компоненты вектора цели t = [RL1; RL2] и соответствующих значений входного тока как компоненты I3MES, I4MES входного вектора Iin. Для подготовки этих данных обучения используем выражение (2). Однако для однозначности расчетов из-за влияния параметра r34 в данные обучения необходимо явно включить базовые (или опорные) значения входных токов I3SC, I4SC для соответствующих базовых нагрузок rSC1, rSC2. В конечном итоге входной вектор по одному базовому току на каждом входе имеет вид:

```
Iin1b1b= [I3MES; I4MES; I3SC; I4SC].    (3)
```

Этот вектор содержит четыре компоненты, что соответствует размерности $d = 4$. В свою очередь размеры вектора цели и входного вектора токов должны быть равными. Исходя из приведенных данных обучения, структура нейронной сети представлена на рис. 2 [10]. Скрытый слой содержит некоторое число n нейронов, связанное с размерностью входного вектора. Так, есть рекомендации принять $n = 2d+1$ [26]. Как показывают эксперименты обучения сети, число нейронов потом уточняется. Скрытый и выходной слой определяются матрицей весовых коэффициентов W и вектором смещения b.

В отношении размера данных обучения известно, что они составляют десятки, сотни и более образцов. Если образцов недостаточно, то точность аппроксимации будет невысокая.

Также будут исследованы случаи входного вектора с другим числом базовых токов на входах. Так, если используем только базовый ток I3SC на входе 3 при тех же нагрузках rSC1, rSC2, то входной вектор имеет вид:

```
Iin1b0b = [I3MES; I4MES; I3SC].          (4)
```

Этот вектор содержит только три компоненты, что соответствует размерности $d = 3$.

Аналогичный вектор получается с одним базовым током I4SC на входе 4:

```
Iin0b1b = [I3MES; I4MES; I4SC].          (5)
```

Помимо базовых нагрузок rSC1, rSC2, будем использовать еще дополнительные или избыточные базовые нагрузки rREF1, rREF2. Так, будет применен входной вектор с соответствующими двумя базовыми токами I3SC, I3REF только на входе 3 следующего вида:

```
Iin2b0b = [I3MES; I4MES; I3SC; I3REF].   (6)
```

Размерность этого вектора $d = 4$.

Возможен другой состав базовых токов и большая размерность входного вектора. Например, следующие векторы размерности $d = 5$, $d = 6$ имеют вид:

```
Iin2b1b = [I3MES; I4MES; I3SC; I3REF; I4SC],  (7)
Iin2b2b= [I3MES; I4MES; I3SC; I3REF;
I4SC; I4REF].                            (8)
```

Как показали эксперименты, входной вектор (6) обеспечивает наилучшие результаты обучения по точности и обобщающей способности из всех приведенных вариантов.

Рассмотрим подготовку данных обучения. Общее количество выборок или образцов формируется взаимным перебором выборок

Таблица 1. Диапазоны изменения всех величин

Название и обозначение величин		Диапазон	% измен.
Нестабильное сопротивление	r34	1,025…1,4	26
Измерительные нагрузки	RL1	5…17	70
	RL2	7…28	75
Базовые нагрузки	rSC1	4,025…4,4	8,5
	rSC2	6,025…6,4	5,8
Дополнительные базовые нагрузки	rREF1	8,025…8,4	4,4
	rREF2	15,05…15,8	4,7

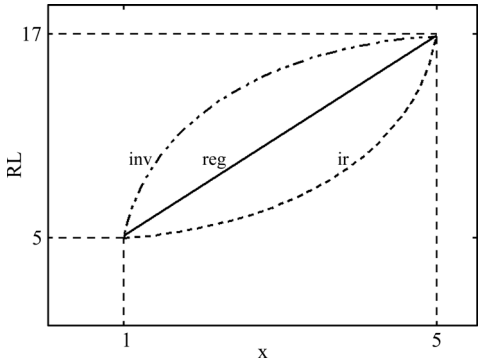


Рис. 3. Варианты шага изменения значений нагрузки от номера текущей выборки: регулярный *reg*, нерегулярный *ir*, инверсный *inv*.

нагрузок и величины r34. Так, для расчета компонент входного вектора I3MES, I4MES можно использовать цикл *for* для значений нагрузки RL1, вложенный цикл *for* для RL2 и еще один вложенный цикл *for для* r34. Поэтому взаимный перебор с четырьмя выборками приводит к числу комбинаций в степени 3, то есть к 64 образцам. Это значение задает размер или длину как входного вектора, так и вектора цели. В свою очередь пять выборок дают 125 образцов, а семь выборок – 343 образца. Последующие результаты обучения покажут необходимое количество выборок для обеспечения задаваемой точности. Аналогично рассчитываем компоненты I3SC, I4SC, I3REF, I4REF за счет базовых величин. Количество образцов для всех компонент входного вектора и вектора цели будет одинаковым.

Вводим необходимые величины с соответствующими диапазонами изменения согласно табл. 1. Задаем более узкий диапазон изменения базовых величин по сравнению с нагрузками, причем эти значения отличаются от значений самой нагрузки.

Далее для расчетов всех компонент входного вектора необходимо принять шаг изменения всех величин в заданных диапазонах изменения и количество этих шагов или выборок. Рассмотрим случай с пятью выборками. Варианты шага изменения на примере нагрузки RL1 представлены на рис. 3. В основу полагаем равномерный или регулярный шаг. Очевидно, возможны отклонения от линейного закона как ниже, так и выше прямой линии. Для наглядности используем степенные полиномы в табл. 2.

Далее проводим расчет всех компонент входного вектора. Для наглядности обозначение входного вектора с различным числом базовых токов и обозначение вектора цели для 125 образцов (для исходных пяти выборок) представлены в табл. 3.

Аналогично рассчитываем компоненты входных векторов для четырех и семи выборок.

В свою очередь расширенные контрольные данные с 26 выборками дают 17576 образцов в том же диапазоне. Обозначения контрольных данных или тестов представлены в табл. 4.

Количество образцов расширенных контрольных данных не так критично, как для данных обучения. Проведенные эксперименты еще с большим количеством показали близкие результаты точности.

РАСЧЕТ СОПРОТИВЛЕНИЯ НАГРУЗОК

Рассмотрим *Fit Data package with a Shallow Neural Network of MATLAB Deep Learning toolbox* [10]. Запускаем графический интерфейс пользователя *GUI* командой *nftool*. Этот интерфейс позволяет пройти все этапы выбора, обучения нейронной сети прямого распространения и

Таблица 2. Виды шага данных обучения с пятью выборками

Название и обозначение величин		Диапазон и регулярный шаг	Нерегулярный шаг; степенной полином	Инверсный шаг; степенной полином
Нестабильное сопротивление	r34	1,025:0.0937:1,4	0,0664*x.^1,25+1,025	0,187*x.^0,5+1,025
Измерительные нагрузки	RL1	5:3:17	0,75*x.^2+5	4,547*x.^0,7+5
	RL2	7:5,25:28	0,656*x.^2,5+7	9,14*x.^0,6+7
Базовые нагрузки	rSC1	4,025:0,0937:4,4	0,0816*x.^1,1+4,025	0,326*x.^0,1+4,025
	rSC2	6,025:0,0937:6,4	0,071*x.^1,2+6,025	0,284*x.^0,2+6,025
Дополнительные базовые нагрузки	rREF1	8,025:0,0937:8,4	0,071*x.^1,2+8,025	0,284*x.^0,2+8,025
	rREF2	15,05:0,1875:15,8	0,124*x.^1,3+15,05	0,494*x.^0,3+15,05

Таблица 3. Обозначения входных векторов с различным числом компонент для 125 образцов

Компоненты входного вектора	Обозначение входного вектора		
I3MES; I4MES; I3SC	reg-125-1b0b	ir-125-1b0b	inv-125-1b0b
I3MES; I4MES; I3SC; I4SC	reg-125-1b1b	ir-125-1b1b	inv-125-1b1b
I3MES; I4MES; I3SC; I3REF	reg-125-2b0b	ir-125-2b0b	inv-125-2b0b
Вектор цели	t-reg-125	t-ir-125	t-inv-125

Таблица 4. Обозначения расширенных контрольных данных

Величины	Регулярный шаг	Нерегулярный шаг
Контрольные данные (тесты)	reg-test-1b0b	ir-test-1b0b
	reg-test-1b1b	ir-test-1b1b
	reg-test-2b0b	ir-test-2b0b
	reg-test-2b1b	ir-test-2b1b
	reg-test-2b2b	ir-test-2b2b
Вектор цели	t-reg-test	t-ir-test

получить *Script* программы для дальнейшего обучения и оценки нейронной сети с оригинальными данными.

Непосредственно рассмотрим наш пример со следующим дополненным алгоритмом обучения и оценки нейронной сети в используемой *Script* программе:

1. Проводится серия от 50 до 100 экспериментов по обучению сети для каждого количества нейронов от шести до 15.

2. Подаются расширенные контрольные данные в каждом эксперименте.

3. Выводятся только экстремальные значения относительных ошибок.

4. Распределяются значения ошибок по диапазонам:

до 0.5; 1; 2; 5 и 10%.

5. Выводится количество ошибок по диапазонам от всего числа экстремальных значений в % для всех образцов.

Количество ошибок по диапазонам, или далее ***повторяемость***, как количественный вероятностный показатель точности в этих диапазонах показывает тенденцию изменения качества обучения от количества нейронов. Данная серия экспериментов должна подтвердить статистику результата. При очередной серии экспериментов усредненное значение повторяемости достигает установившегося состояния.

Далее выбираются максимальная повторяемость из всего количества нейронов и подходящее уже оптимальное количество нейронов. Если значение повторяемости приближается к 100%, то сеть гарантированно рассчитывает величину нагрузки с соответствующей точностью. В то же время близкие или соизмеримые значения повторяемости для расширенных контрольных данных с разным шагом изменения подтверждают обобщающую способность нейронной сети.

Предварительные результаты расчетов

Используем варианты (3)–(8) входного вектора для проведения нижеследующих экспериментов.

Симметричное обучение 1b1b по одному базовому току. Проведем обучение сети для 64, 125 и 343 образцов. Значения повторяемости и

Таблица 5. Сравнение повторяемости в зависимости от размера и вида входных векторов для расширенных контрольных данных reg-test-1b1b

Входной вектор	Число нейронов	Диапазоны ошибок, %						
		0,1	0,2	0,5	1	2	5	10
reg-64-1b1b	6	0	0	0	8	20	58	84
reg-125-1b1b	13	1	4	31	58	75	97	99
reg-343-1b1b	20	42	78	96	99	99	100	100
ir-125-1b1b	13	0	3	8	21	41	88	100
ir-343-1b1b	17	12	26	41	47	63	100	100

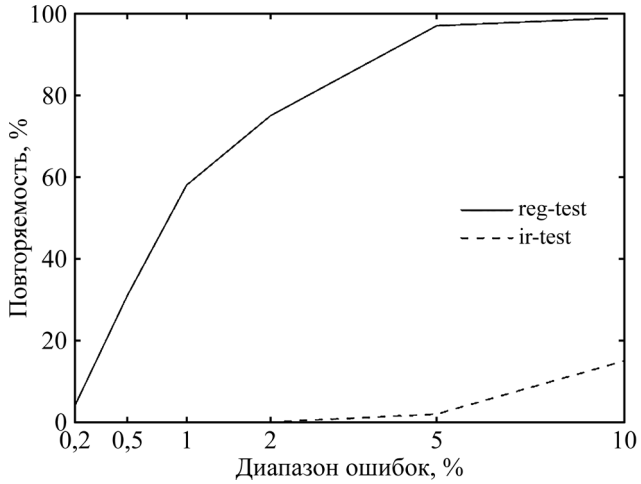


Рис. 4. Значения повторяемости при регулярном входном векторе reg-125-1b1b для согласованных reg-test и несогласованных ir-test расширенных контрольных данных.

Таблица 6. Сравнение повторяемости в зависимости от размера и вида входных векторов для расширенных контрольных данных reg-test-1b0b

Входной вектор	Число нейронов	Диапазоны ошибок, %						
		0,1	0,2	0,5	1	2	5	10
reg-125-1b0b	11	0	0	5	23	55	89	97
reg-343-1b0b	17	2	20	76	96	99	100	100
ir-125-1b0b	13	0	0	0	18	43	67	98
ir-343-1b0b	17	0	0	38	50	50	100	100

оптимальное количество нейронов представлены в табл. 5. Под диапазоном ошибок понимаются значения ошибок от нуля до указанного значения, то есть 0–0,1, 0–0,2 и т.д.

Если входной вектор при обучении имеет шаг такого же вида, как и расширенные контрольные данные или тесты, то наблюдается согласованность обучения и контроля. Поэтому повторяемость или точность выше именно в диапазоне малых ошибок. Далее будем считать, что 125 образцов обеспечивают приемлемую точность, а 343 образца уже являются избыточными. Также проведены эксперименты с использованием нерегулярных контрольных данных ir-test-1b1b. В этом случае уже для регулярных входных векторов обучения повторяемость значительно ниже.

С учетом этих результатов влияние вида расширенных контрольных данных при регулярном входном векторе reg-125-1b1b представлено на рис. 4.

Отмечаем, что повторяемость значительно выше для согласованных контрольных данных. Поэтому нейронная сеть не обладает обобщающей способностью.

Аналогичные зависимости имеют место при нерегулярном входном векторе ir-125-1b1b. Тогда для согласованных контрольных данных ir-test-1b1b повторяемость выше.

Несимметричное обучение 1b0b с одним базовым током. Проводим обучение сети для 125 и 343 образцов. Значения повторяемости и оптимальное количество нейронов представлены в табл. 6.

Будем считать, что 125 образцов обеспечивают приемлемую точность, а 343 образца уже являются избыточными. Как и в предыдущем случае, повторяемость для согласованного теста выше. Также проведены эксперименты с использованием нерегулярного теста ir-test-1b0b. В этом случае уже для регулярных входных векторов повторяемость значительно ниже.

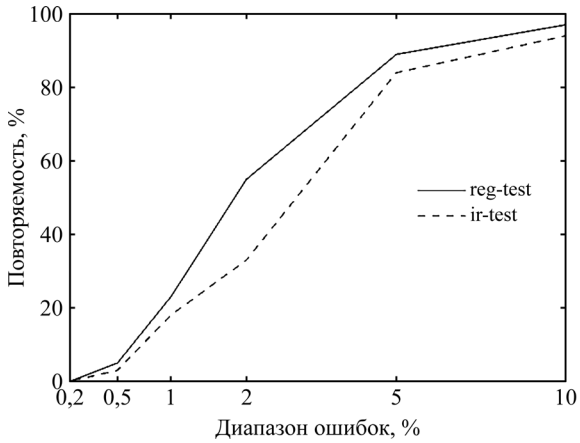


Рис. 5. Значения повторяемости при регулярном входном векторе reg-125-1b0b для согласованных reg-test и несогласованных ir-test расширенных контрольных данных.

Таблица 7. Сравнение повторяемости при регулярных входных векторах с разным числом базовых токов для соответствующих регулярных и нерегулярных тестов

Входной вектор	Число нейронов	Тест	Диапазоны ошибок, %						
			0,1	0,2	0,5	1	2	5	10
reg-125-2b0b	17	reg-test-2b0b	0	7	29	55	83	99	100
		ir-test-2b0b	0	0	0	7	25	52	69
reg-125-2b1b	13	reg-test-2b1b	11	36	61	82	93	98	100
		ir-test-2b1b	0	1	2	4	10	16	27
reg-125-2b2b	13	reg-test-2b2b	31	56	82	90	95	100	100
		ir-test-2b2b	0	0	0	0	2	19	32

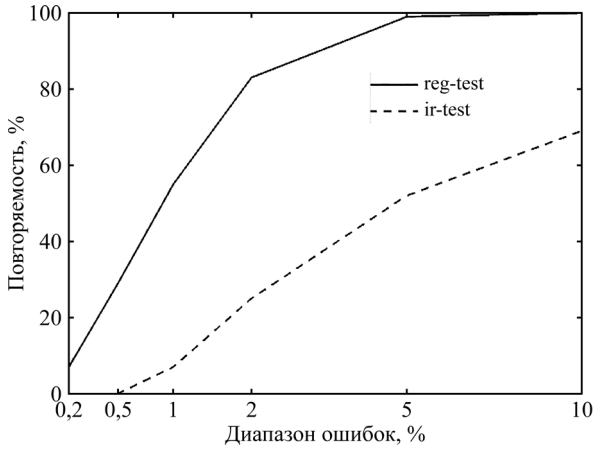


Рис. 6. Сравнение повторяемости при регулярном входном векторе reg-125-2b0b для согласованных reg-test и несогласованных ir-test контрольных тестов.

С учетом этих результатов влияние вида контрольных тестов при регулярном входном векторе reg-125-1b0b представлено на рис. 5.

Отметим, что повторяемость уже соизмерима для согласованного и несогласованного тестов. Особенно это заметно в области ошибок от 5% и для малых ошибок менее 1%. Этот вариант несимметричного обучения 1b0b принципиально отличается от рассмотренного выше варианта 1b1b на рис. 4. Поэтому нейронная сеть уже обладает обобщающей способностью. Такой результат получается за счет уменьшения повторяемости для согласованного теста и взаимного увеличения повторяемости для несогласованного теста. В свою очередь комплементарный вариант 0b1b подтверждает такой результат.

Аналогичные зависимости имеют место при нерегулярном входном векторе ir-125-1b0b.

Обучение с избыточным числом базовых величин 2bxb. Как было отмечено, несимметричное обучение 1b0b увеличивает обобщающую способность по сравнению с вариантом 1b1b. Но далее стоит вопрос об увеличении повторяемости в области малых ошибок.

Рассмотрим варианты с избыточным числом базовых токов для каждой нагрузки. Результаты для анализа представлены в табл. 7.

Таблица 8. Сравнение повторяемости для тестов, согласованных с комбинированным входным вектором reg+ir train 2b0b

Тест	Диапазоны ошибок, %				
	0,1	0,2	0,5	1	2
reg-test-2b0b	20	53	92	99	100
ir-test-2b0b	7	68	98	99	100

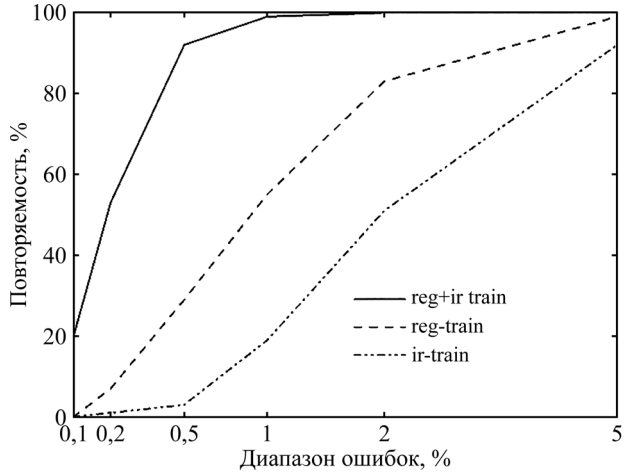


Рис. 7. Сравнение повторяемости при комбинированном входном векторе reg+ir train 2b0b и исходных входных векторах reg-train, ir-train для регулярного теста reg-test.

Как видно, вариант 2b0b обеспечивает более высокую обобщающую способность. Повторяемость для несогласованного теста увеличилась, а повторяемость для согласованного теста уменьшилась по сравнению с вариантами 2b1b и 2b2b. Аналогичные зависимости имеют место при нерегулярных входных векторах.

Далее используем вариант 2b0b для сравнения с вариантом 1b0b на рис. 5. Так, влияние вида контрольных тестов при регулярном входном векторе представлено на рис. 6.

Как видно, повторяемость для варианта 2b0b выше для согласованного теста reg-test, чем для варианта 1b0b. Но обобщающая способность для варианта 2b0b значительно ниже по сравнению с 1b0b. Подобные свойства проявляются при нерегулярных входных векторах ir-125-2b0b и ir-125-1b0b.

Комбинированное обучение с избыточным числом базовых токов 2b0b

Соизмеримость результатов и даже повышение точности достигается за счет объединения разного вида двух входных векторов обучения. Как оказалось, результаты экспериментов с 1b0b, 1b1b принципиально хуже, поэтому не представляют практического интереса. Далее будем рассматривать вариант 2b0b входного вектора.

Комбинированное согласованное обучение. Результаты применения объединенного вектора обучения reg+ir train 2b0b за счет регулярного reg-125-2b0b и нерегулярного ir-125-2b0b векторов обучения для регулярного и нерегулярного теста представлены в табл. 8.

Как видно, проявляется соизмеримость для ошибок от 0,2% для согласованных тестов, что является как бы очевидным эффектом. Но в то же время повторяемость стала принципиально выше по сравнению с исходными входными векторами reg-125-2b0b, ir-125-2b0b, которые на рис. 7 обозначены как reg-train и ir-train.

Таким образом, комбинированное согласованное обучение дает эффект в плане повышения повторяемости в области малых ошибок.

Комбинированное несогласованное обучение. Более общими вариантами являются комбинации входного вектора, которые отличаются от теста. Такие комбинации как раз и представляют в большей степени практический интерес.

Предварительно проведем обучение с использованием инверсного входного вектора inv-125-2b0b для последующего сравнения. Это обучение не согласовано с регулярным и нерегулярным тестами. Рассмотрим комбинацию reg+inv train 2b0b за счет регулярного reg-125-2b0b и инверсного inv-125-2b0b входного вектора. Тогда нерегулярный ir-test-2b0b не согласован с обучением. Результаты представлены в табл. 9. Также представлены результаты применения регулярного reg-test-2b0b для сравнения эффекта.

Несомненно, соизмеримость проявляется для ошибок от 0,5%. Кроме того, повторяемость

Таблица 9. Сравнение повторяемости при согласованном reg-test-2b0b и несогласованном нерегулярном ir-test-2b0b для комбинированного входного вектора reg+inv train 2b0b

Тест	Диапазоны ошибок, %						
	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10
reg-test-2b0b	4	11	37	66	81	96	100
ir-test-2b0b	1	6	29	63	79	95	100

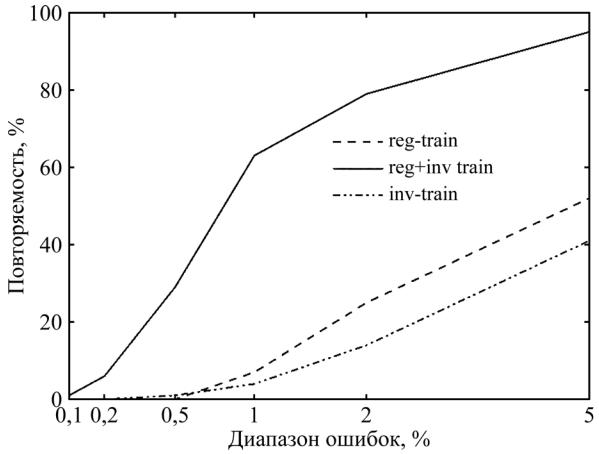


Рис. 8. Сравнение повторяемости при комбинированном входном векторе reg+inv train и исходных входных векторах reg-train, inv-train для несогласованного нерегулярного теста ir-test.

Таблица 10. Сравнение повторяемости при несогласованном регулярном и согласованном нерегулярном тестах для комбинированного входного вектора ir+inv train 2b0b

Тест	Диапазоны ошибок, %						
	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10
reg-test-2b0b	0	24	45	87	99	100	100
ir-test-2b0b	4	42	90	98	99	100	100

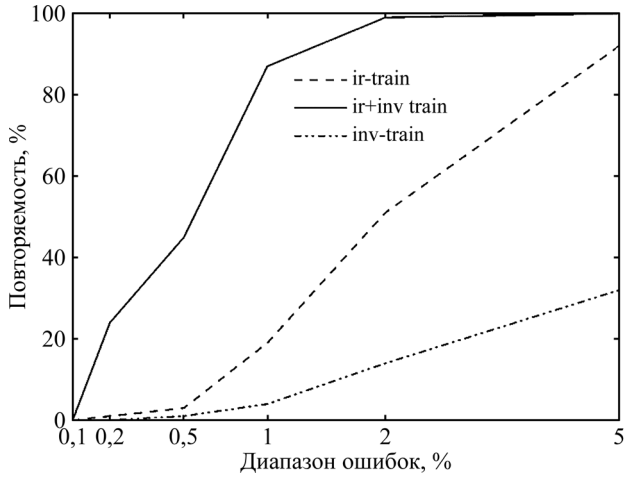


Рис. 9. Сравнение повторяемости при комбинированном входном векторе ir+inv train и исходных входных векторах ir-train, inv-train для несогласованного регулярного теста reg-test.

стала принципиально выше по сравнению с исходными входными векторами reg-train и inv-train на рис. 8.

Далее рассмотрим комбинацию ir+inv train 2b0b за счет ir-125-2b0b и инверсного inv-125-2b0b входного вектора. Тогда регулярный reg-test не согласован с обучением. Результаты представлены в табл. 10. Также представлены результаты применения согласованного нерегулярного теста для сравнения эффекта.

Видно, что обеспечивается соизмеримость для ошибок от 1% с нерегулярным тестом. В то же время отмечаем увеличение точности по сравнению с исходными входными векторами ir-train и inv-train на рис. 9.

Таким образом, комбинированное несогласованное обучение дает практически важный эффект, но, естественно, ниже, чем согласованное обучение. При необходимости повысить повторяемость комбинированного несогласованного обучения можно за счет дальнейшего

увеличения числа базовых величин. Так, вариант 3b0b подтверждает этот вывод.

ВЫВОДЫ

Нейронная сеть является альтернативой для расчета цепи без явного определения ее параметров и не использует какую-либо модель и аналитические выражения. Все изменения или отклонения значений параметров цепи и базовых нагрузок в предполагаемых диапазонах включаются в данные обучения. Отсюда следует универсальность подхода, гибкость подготовки данных обучения, а само обучение нейронной сети формализовано. Необходимые и достаточно большие размеры данных обучения определяются числом выборок используемых величин и уточняются в процессе обучения. Аналогично размерность входного вектора задается числом базовых величин, даже превышающих число параметров.

Расширенный тест другого типа, чем данные обучения, обеспечивает надежную проверку обучения. Комбинирование данных обучения разных типов и избыточное число базовых величин радикально повышают точность и обобщающую способность. Такой количественный показатель, как повторяемость указанных ошибок, дает практический компромисс между размером обучающих данных, полученной точностью, количеством нейронов и обеспечивает целенаправленное и быстрое обучение сети.

Полученные результаты носят в большей степени демонстрационный характер для теории электрических цепей, однако выявленные закономерности обучения нейронной сети обеспечивают основу для рассмотрения практических задач.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследования поддержаны Российским научным фондом, проект 22-79-10018 «Управляемая кинетическая индуктивность на основе сверхпроводниковых гибридных структур с магнитными материалами» и государственной программой Молдовы, проект 20.80009.5007.11 «Функциональные наноструктуры и наноматериалы для индустрии и сельского хозяйства».

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Charles, K., and Matthew, N., *Fundamentals of Electric Circuits.* NY: McGraw-Hill Education, 2017. 990 p.
2. Bhattacharyya, S., Keel, L., and Mohseni-zadeh, D., *Linear Systems: A Measurement-Based Approach*, New Delhi: Springer India, 2014. 89 p.
3. Oliveira, V., Alzate, R., and Bhattacharyya, S., A measurement-based approach with accuracy evaluation and its applications to circuit analysis and synthesis, *Int. J. Circuit Theory Appl.*, 2017, vol. 45, no. 12, p. 1920. https://doi.org/10.1002/cta.2315
4. Pereira, K., Alzate, R., Oliveira, V., and Bhattacharyya, S., Modeling the parametric dependence in a linear circuit by experimental measurements, *Proc. Ser. Brazil. Soc. Comput. Appl. Math.,* 2017, vol. 5, no. 1, art. ID 010396. https://doi.org/10.5540/03.2017.005.01.0396
5. Sun, Z., Pedretti, G., Ambrosi, E., Bricalli, A., et al., Solving matrix equations in one step with cross-point resistive arrays, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 2019, vol. 116, no. 10, p. 4123. https://doi.org/10.1073/pnas.1815682116
6. Chen, H., Manry, M., and Chandrasekaran, H., A neural network training algorithm utilizing multiple sets of linear equations, *Neurocomputing*, 1999, vol. 25, nos. 1–3, p. 55. https://doi.org/10.1016/S0925-2312(98)00109-X
7. Xiao, L., Li, K., Tan, Z., Zhang, Z., et al., Nonlinear gradient neural network for solving system of linear equations, *Inform. Process. Lett.*, 2019, vol. 142, p. 35. https://doi.org/10.1016/j.ipl.2018.10.004
8. Ayres, F., *Schaum's Outline Series Theory and Problems of Projective Geometry*. NY: McGraw–Hill, 1967. 243 p.
9. Penin, A., *Analysis of Electrical Circuits with Variable Load Regime Parameters: Projective Geometry Method*. 3rd ed. Cham, Switzerland: Springer Int. Publ., 2020. 520 p.
10. Function Approximation and Nonlinear Regression. https://www.mathworks.com/help/deeplearning/function-approximation-and-nonlinear-regression.html
11. Chollet, F., *Deep Learning with Python*, NY: Manning Publications Co., 2021. 504 p.
12. Almalki, M., Alaidarous, E., Maturi, D., Raja, M., et al., A Levenberg–Marquardt backpropagation neural network for the numerical treatment of squeezing flow with heat transfer model, *IEEE Access*, 2020, vol. 8, art. ID 227340. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3044973
13. Aljohani, J., Alaidarous, E., Raja, M., Alhothuali, M., et al., Backpropagation of Levenberg Marquardt artificial neural networks for wire coating analysis in the bath of Sisko fluid, *Ain Shams Eng. J.*, 2021, vol. 12, no. 4, p. 4133. https://doi.org/10.1016/j.asej.2021.03.007
14. Rezk, H., and Hasaneen, E., A new MATLAB/Simulink model of triple-junction solar cell and MPPT based on artificial neural networks for photovoltaic energy systems, *Ain Shams Eng. J.*, 2015, vol. 6, no. 3, p. 873. https://doi.org/10.1016/j.asej.2015.03.001

15. Almassri, A., Wan Hasan, W., Ahmad, S., Shafie, S., et al., Self-calibration algorithm for a pressure sensor with a real-time approach based on an artificial neural network, *Sensors*, 2018, vol. 18, no. 8, p. 2561. https://doi.org/10.3390/s18082561

16. Hamadouche, Z., Khiat, M., and Iqbal, M., Intelligent voltage regulator for distributed generation-based network, *Indones. J. Electr. Eng. Comp. Sci.*, 2021, vol. 23, no. 1, p. 98. http://doi.org/10.11591/ijeecs.v23.i1.pp98-109

17. Yang, C., and Huang, H., Determination of complex permittivity of low-loss materials from reference-plane invariant transmission/reflection measurements. *IEEE Access*, 2019, vol. 7, art. ID 131865. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2940723

18. Rivera, J., Carrillo, M., Chacón, M., Herrera, G., et al., Self-calibration and optimal response in intelligent sensors design based on artificial neural networks, *Sensors*, 2007, vol. 7, no. 8, p. 1509. https://doi.org/10.3390/s7081509

19. Michelucci, U., *Applied Deep Learning—a Case-Based Approach to Understanding Deep Neural Networks.* NY: Apress Media, LLC: 2018. 431 p.

20. Shahid, A., Choi, J., Rana, A., and Kim, H., Least squares neural network-based wireless E-Nose system using a SnO_2 sensor array. *Sensors*, 2018, vol. 8, no. 5, p. 1446. https://doi.org/10.3390/s18051446

21. Kazemi, N., Abdolrazzaghi, M., Musilek, and P., Daneshmand, M., A temperature-compensated high-resolution microwave sensor using artificial neural network, *IEEE Microw. Wire. Comp. Lett.*, 2020, vol. 30, no. 9, p. 919. https://doi.org/10.1109/LMWC.2020.3012388

22. Patra, J., Meher, P., and Chakraborty, G., Development of Laguerre neural-network-based intelligent sensors for wireless sensor networks, *IEEE Trans. Instrum. Measur.*, 2010, vol. 60, no. 3, p. 725. https://doi.org/10.1109/TIM.2010.2082390

23. Islam, T., Uddin, Z., and Gangopadhyay, A., Temperature effect on capacitive humidity sensors and its compensation using artificial neural networks, *Sens. Transd.*, 2015, vol. 191, no. 8, p. 126.

24. Penin, A., and Sidorenko, A., Influence of the step of changing the training data and the dimensions of the input vector on the accuracy of calculating the load of an unstable two-port network by the neural one, *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*, 2025, vol. 61, no. 5, p. 762. https://doi.org/10.3103/S1068375525700838

25. Penin, A., Cojocaru, V., Lupu, M., Sidorenko, L., et al., Empirical neural network studies for multi-port load calculation by the input currents, *WSEAS Transactions on Circuits and Systems*, 2024, vol. 23, p. 293. https://doi.org/10.37394/23201.2024.23.29

26. Suzuki, K., *Artificial Neural Networks – Industrial and Control Engineering Applications*. Rijeka, Croatia: InTechOpen, 2011. 490 p.

Summary

The calculation of two loads of a four-port circuit with an unstable resistance of a common wire is considered. The feedforward neural network training data represent sets of the loads, base values, and corresponding input current values. They are divided into training, validation, and test sets with some change steps for the values. In the training epochs, the neural network reveals this internal pattern in those three sets and shows small errors. However, the errors appear for the extended control data in different step types. Combining training data with different change steps eliminates this pattern. The apparent use of one base current at each input to generate the input vector results in unsatisfactory training results. In turn, the redundant two quantities of the base current at one of the inputs radically increase the accuracy and capability of generalization. The results obtained develop the methods of neural networks and provide a basis for considering multi-ports with a large number of loads.

Keywords: multi-port, load calculation, neural network, training data, relative error